UNIVERSITÉ DE LA POLYNÉSIE FRANÇAISE

IUFM DE L'UNIVERSITÉ DE LA POLYNÉSIE FRANÇAISE

La construction du concept de nombre

Formation PE2

David Rolland, PIUFM de mathématiques

1 x 1 = 1

11 x 11 = 121

111 x 111 = 12321

1111 x 1111 = 1234321

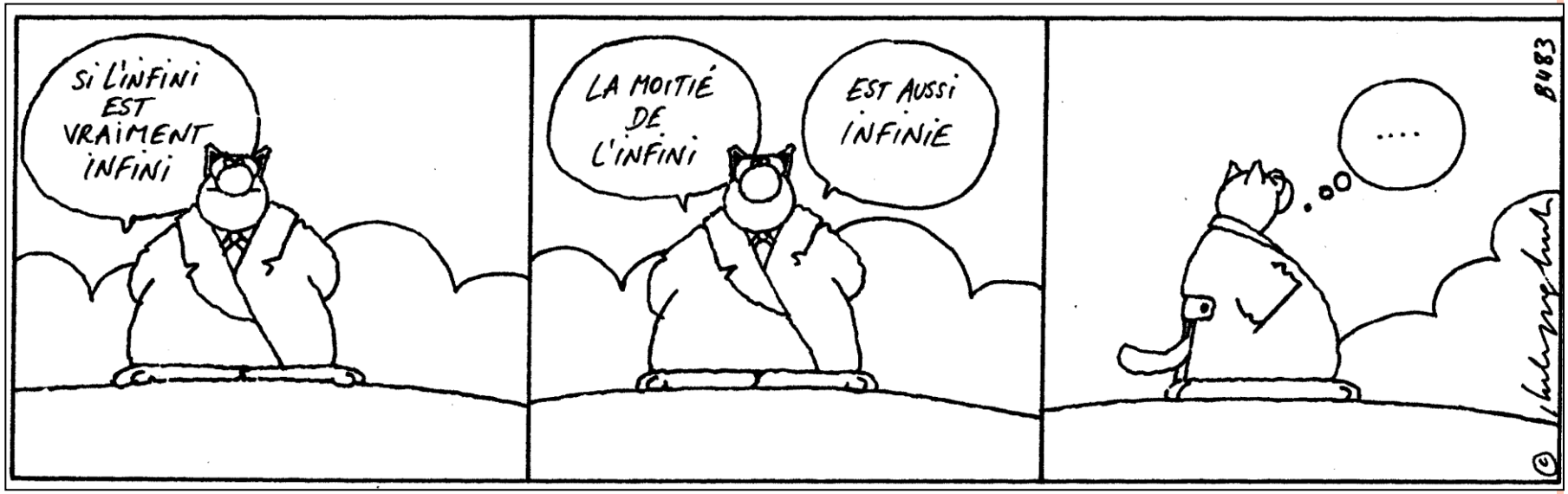
11111 x 11111 = 123454321

111111 x 111111 = 12345654321

1111111 x 1111111 = 1234567654321

11111111 x 11111111 = 12345678654321

111111111 x 111111111 = 1234567898654321

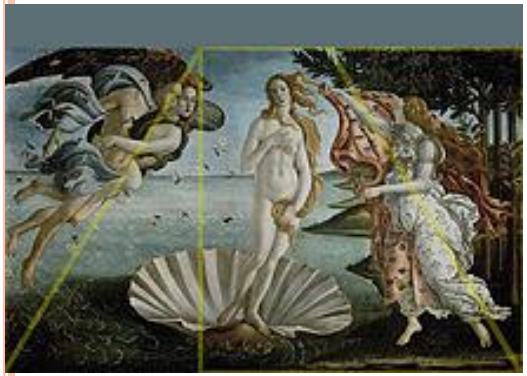

SI L'INFINI EST VRAIMENT INFINI
LA MOITIÉ DE L'INFINI
EST AUSSI INFINIE
....
8483

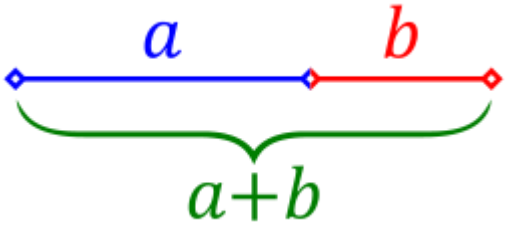
Le « concept » de nombre est inséparable des liens qu'il entretient avec les situations à traiter, les opérations et les relations qu'il autorise.

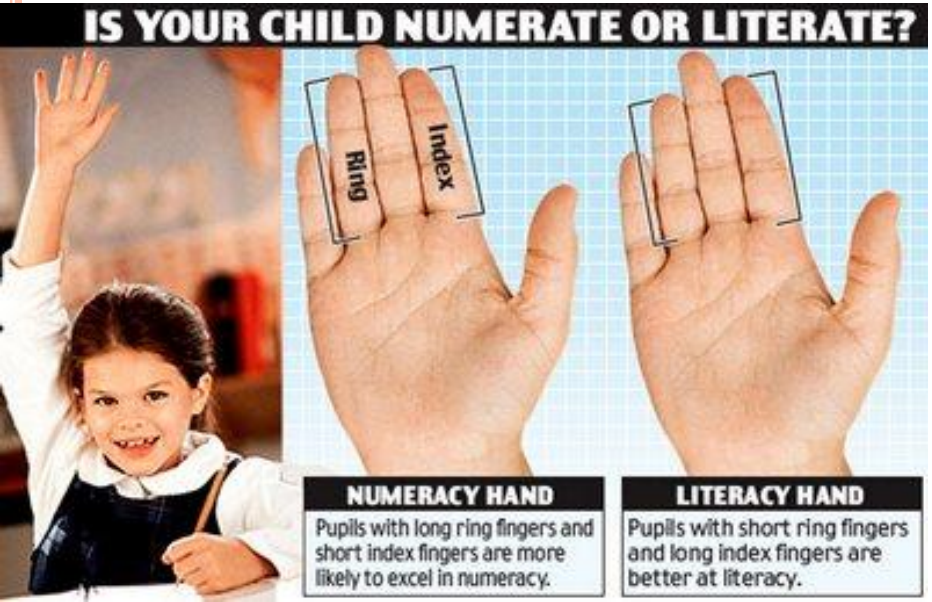
C'est une construction foisonnante, longue, complexe probablement jamais achevée… mais dont la rencontre est plus précoce qu'on le croit habituellement.

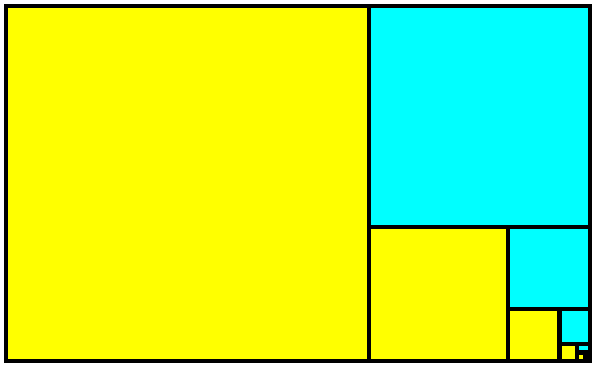
Vergnaud, 1991

Les nombres : leur histoire, leur culture.









$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

PLAN DU DIAPORAMA

1°) Les programmes de 2008

2°) Introduction au concept du nombre

3°) Glossaire

4°) Le concept de nombre

5°) Construire le concept du nombre, oui mais comment ?

6°) Comment le nombre vient aux enfants ?

7°) Quelques précisions sur les affichages en maternelle

8°) Exercice sur les compétences

9°) Les situations d'apprentissage

10°) Les dialogues fondamentaux en petite section et au début de la moyenne section

11°) Evaluer les difficultés

12°) Outils d'aide et re-médiation

13°) Lexique

13bis c'est un nombre pair ou impair ?
Raymond Queneau.

1.
Les programmes de 2008

DÉCOUVRIR LE MONDE

À l'école maternelle, l'enfant découvre le monde proche ; il apprend à prendre et à utiliser des repères spatiaux et temporels. Il observe, il pose des questions et progresse dans la formulation de ses interrogations vers plus de rationalité. Il apprend à adopter un autre point de vue que le sien propre et sa confrontation avec la pensée logique lui donne le goût du raisonnement. Il devient

À l'école maternelle, l'enfant découvre le monde proche ; il apprend à prendre et à utiliser des repères spatiaux et temporels. Il observe, il pose des questions et progresse dans la formulation de ses interrogations vers plus de rationalité. **Il apprend à adopter un autre point de vue que le sien propre et sa confrontation avec la pensée logique lui donne le goût du raisonnement.** Il devient capable de **compter**, de **classer,** d'**ordonner** et de **décrire,** grâce au langage et à des formes variées de représentation (dessins, schémas). Il commence à comprendre ce qui distingue le vivant du non-vivant (matière, objets).

Ils découvrent les parties du corps et les cinq sens : leurs caractéristiques et leurs fonctions. Ils sont intéressés à l'hygiène et à la santé, notamment à la nutrition. Ils apprennent les règles élémentaires de l'hygiène du corps.
Ils sont sensibilisés aux problèmes de l'environnement et apprennent à respecter la vie.

Découvrir les formes et les grandeurs

En manipulant des objets variés, les enfants repèrent d'abord des propriétés simples (petit/grand ; lourd/léger). Progressivement, ils parviennent à distinguer plusieurs critères, à comparer et à classer selon la forme, la taille, la masse, la contenance.

Approcher les quantités et les nombres

L'école maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne

Approcher les quantités et les

- Les situations proposées aux plus jeunes enfants

  - Dès le début, les nombres sont utilisés dans des

    - À la fin de l'école maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul mais c'est le cours préparatoire qui installera le symbolisme (signes des opérations, signe "égal") et les techniques.
      La suite écrite des nombres est introduite dans des situations concrètes (avec le calendrier par exemple) ou des jeux (déplacements sur une piste portant des indications chiffrées). Les enfants établissent une première correspondance entre la désignation orale et l'écriture chiffrée ; leurs performances restent variables mais il importe que chacun ait commencé cet apprentissage. L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres

À RETENIR…

- À l'école maternelle en 2008.

- Une nécessité, développer **la pensée logique**

- Pas de domaine mathématique dans les programmes
  - **Approcher les quantités et les nombres**
  - **Découvrir les formes et les grandeurs**

- Pas de référence explicite au calcul mais une attente en **résolution de problèmes**
  - **comparaison**, d'**augmentation**, de **réunion**, de **distribution**, de **partage**

Comparatifs des programmes 2002-2008

DÉCOUVRIR LE MONDE (2002)	DÉCOUVRIR LE MONDE (2008)
COMPÉTENCES RELATIVES AUX QUANTITÉS ET AUX NOMBRES - comparer des quantités en utilisant des procédures non numériques ou numériques ; - réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets qu'une autre collection (visible ou non, proche ou éloignée) en utilisant des procédures non numériques ou numériques, oralement ou avec l'aide de l'écrit ; - résoudre des problèmes portant sur les quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) en utilisant les nombres connus, sans recourir aux opérations usuelles ; - reconnaître globalement et exprimer de très petites quantités (de un à trois ou quatre) ; - reconnaître globalement et exprimer des petites quantités organisées en configurations connues (doigts de la main, constellations du dé) ; - connaître la comptine numérique orale au moins jusqu'à trente ; - dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ; - associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique.	-comparer des quantités, résoudre des problèmes portant sur les quantités - mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30 ; -dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ; - associer le nom de nombres connus avec leur écriture chiffrée ;

Certaines compétences ne sont plus exigibles (reconnaissance de petites quantités…) et d'autres peuvent être intégrées dans la compétence « résoudre des problèmes… »

4 compétences spécifiques à construire sur le nombre

comparer des quantités, **résoudre** des problèmes portant sur les quantités ;

mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30 ;

dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ;

associer le nom de nombres connus avec leur écriture chiffrée.

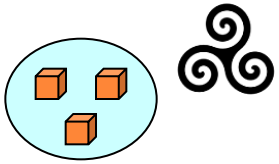
2.

Introduction au concept du nombre

- une relation triangulaire… donc pas binaire

problèmes de sémiotique

3



trois

symbole numérique

arabe

analogique sémantique

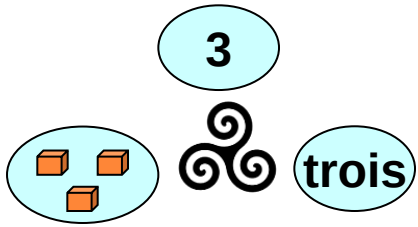
quantité physique*

mot nombre

verbal

"triple code"

numération de position



donner un sens au codage numérique

reconnaître une collection et la nommer

savoir nommer les nombres qu'on lit et qu'on écrit

image mentale et cardinalité

codage et décodage

difficultés principales

système des bases

numération de position

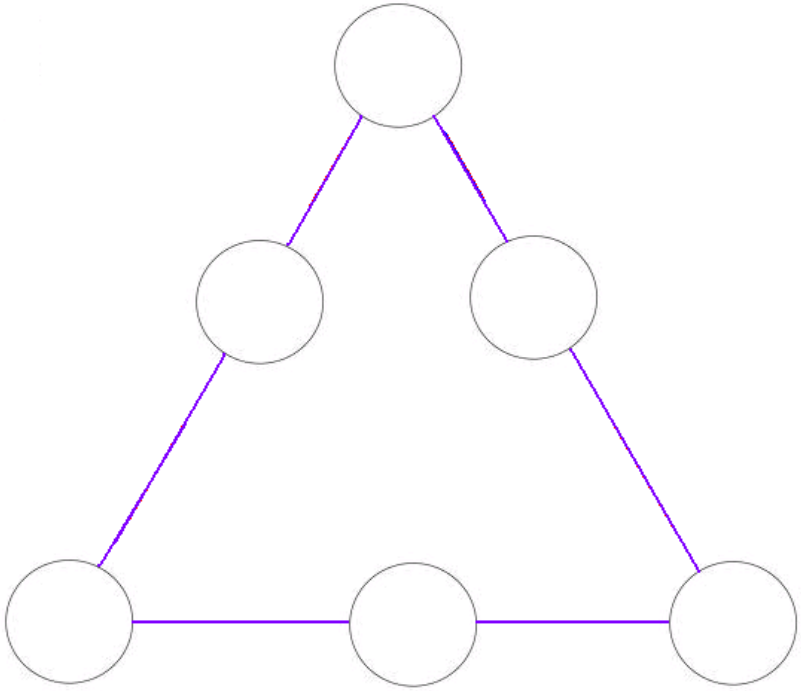
image mentale et cardinalité

codage et décodage

langue

comptage/dénombrement

Placer les six nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 dans les cases pour que la somme des trois nombres soit égale à 10 sur chacun des côtés du triangle.



1

2

3

4

5

6

histoire et épistémologie :

questions ?

Tout sujet apprenant le nomb
poser les mêmes question
inventeurs pour le comprendre

Les nombres ont-ils un lien ave

Apprendre les nombres : résou
problèmes ou appliquer des règ

tout sujet apprenant le nombre doit-il se poser les mêmes questions que ses inventeurs pour le comprendre ?

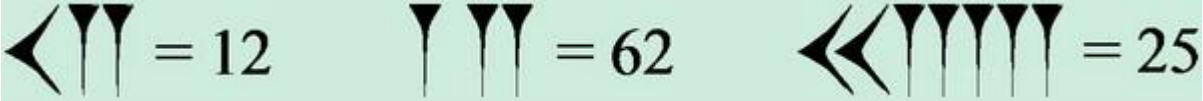
Mésopotamie, IVè av. JC

problème : représenter et simuler une quantité

procédure : vers l'abstraction des choses du réel

Mésopotamie, IIè av. JC

problème : représenter, et coder une quantité



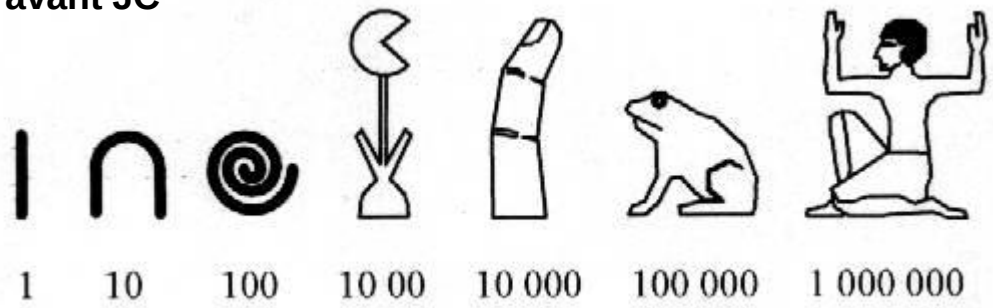
procédure : écrire, garder en mémoire, communiquer grâce à un système : la numération

Tablette de calcul babylonienne
Tablette en argile couverte de symboles mathématiques rédigés en cunéiforme.
Tablette babylonienne. Argile. Musée de Bagdad (Irak).

problème : faire beaucoup avec peu…

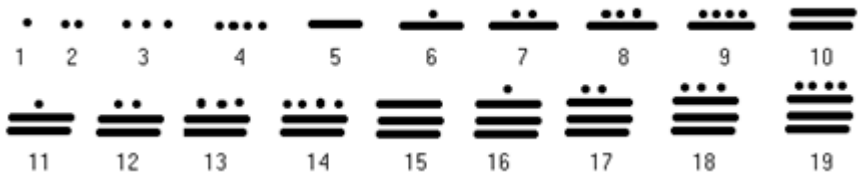
procédure : faire évoluer le type de représentation

fin du 4e millénaire avant JC



Principe additif

IIIe siècle

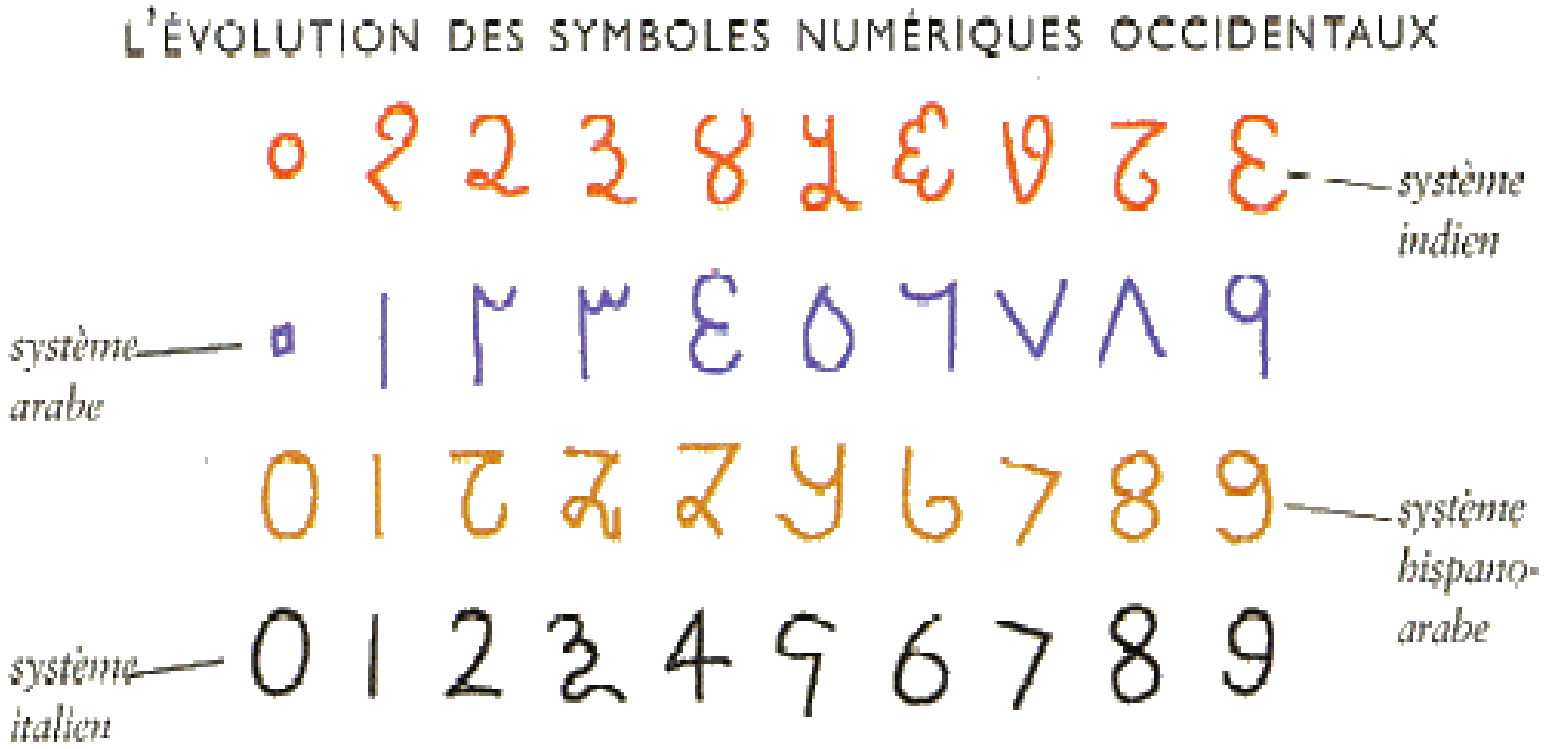


Principe positionnel

→ **vers une formalisation adéquate**

Calendrier maya sur le Codex Dresden, l’un des rares à avoir survécu à la conquête espagnole

problème : faire beaucoup avec peu…



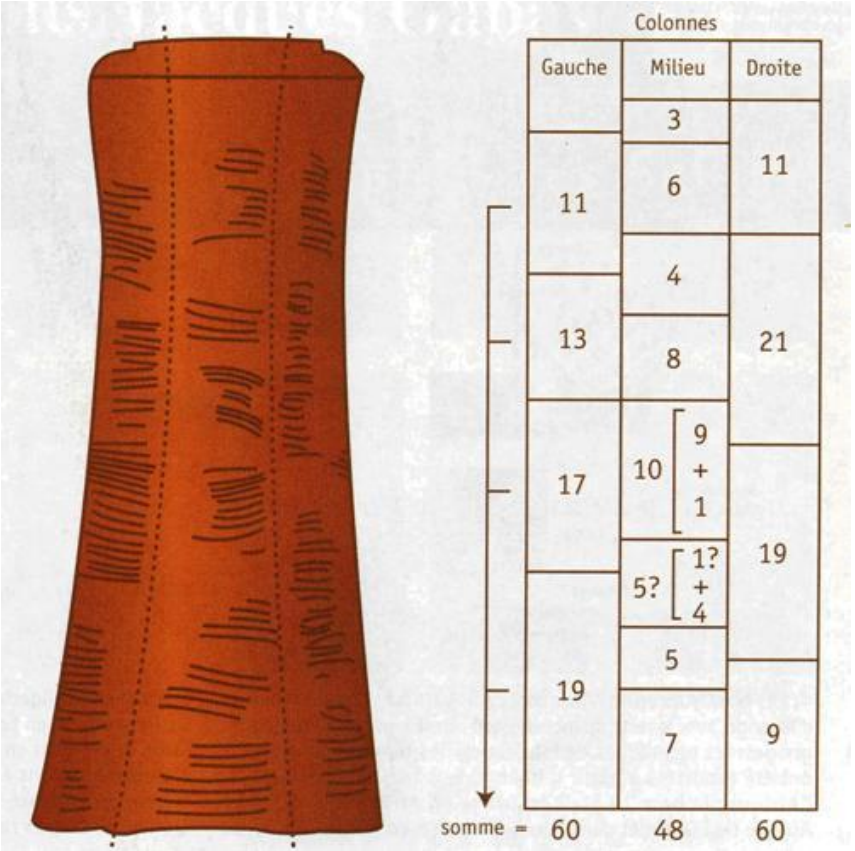
vers la numération décimale

les nombres ont-ils un lien avec le réel ?

Le bâton d'Ishango

20 000 à 25 000 Av JC

Un bâton qui parle ou que l'on fait parler ?



source : http://dma.ens.fr.culturemaths

apports épistémologiques

Les nombres sont d'abord des outils :

- **utiles pour décrire le réel,**
- **puis nécessaires à la résolution de problèmes.**

Ils deviennent progressivement des objets de connaissance:

- **ils posent des questions sur eux même,**
- **puis sur le système qu'ils constituent.**

3.
Glossaire

VOILLEMIN
12

ÇA VA DÉCOIFFER !
3D
SHREK 4
IL était une fois

49€
59€
79€
119€

2011

09/01/2008
METEO CONSULT
Telephone 3201
9°
8°
10°
9°
7°
10°
10°
8°
6°
10°
5°
12°
10°
15°
11°

10
ARAIGNÉES

- Les nombres utilisés en tant que « désignation» : c'est l'usage des numéros. *Numéros de téléphone, immatriculation, chaines télévisées…* Le nombre est utilisé comme un signe distinctif.
- Les nombres utilisés en tant qu'ordinal : c'est la notion d'ordre et de successeur
- Les nombres utilisés en tant que cardinal : c'est l'aspect qui privilégie la quantité d'unités (à rapprocher de la mesure également)

- Parfois les usages se combinent :
  - Le numéro 15 est arrivé quatrième , il gagne 5 points.

•A quoi servent les nombres ?

Les nombres servent à MEMORISER des quantités.

Les nombres servent à COMPARER des quantités.

Les nombres servent à AGIR sur des quantités.

Les nombres servent à ANTICIPER.

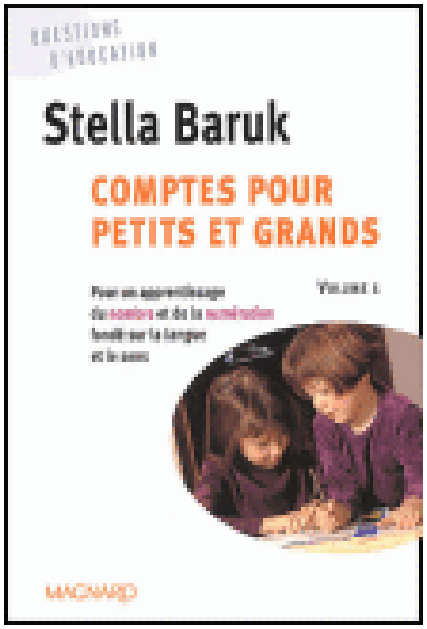
Le fondement de l'apprentissage des mathématiques est la résolution de problèmes

1/ Nombre, chiffre et numéro

Les nombres peuvent s'écrire en lettres : un, deux, trois, …, quatorze, …, quarante-deux,…, six cents trente-trois. Mais nous avons un système codé pour écrire ces nombres avec des signes spécifiques que l'on appelle des chiffres.

Les chiffres sont des signes (symboles) utilisés pour écrire les nombres, il y en a 10.

Par exemple, les nombres précédemment écrits en lettres s'écrivent en chiffres : 1, 2, 3, 14, 42, 633.



<u>Un nombre est un élément d'un ensemble de nombres</u>. (Ex. : IN : ensemble de nombres naturels ; ID : ensemble de nombres décimaux).

Tout « objet » appartenant à un ensemble de nombres est un nombre.

Tout « objet » n'appartenant pas à un ensemble de nombres n'est pas un nombre.
30€ est un nombre d'euros ; 100m est un nombre de mètres, on va les appeler des *« nombres de » (Stella Baruk « Comptes pour petits et grands »).*

-Un nombre n'est pas un numéro. <u>Ce n'est pas une quantité, mais une idée : il permet de se représenter une quantité</u>. Mais il ne la désigne pas, ne l'exprime pas, ne la représente pas.

Un nombre n'a pas besoin d'être chiffré pour exister *(Stella Baruk).*

-La <u>numération</u> signifie comment les chiffres s'agencent pour désigner un nombre.

Les nombres, tout d'abord, se parlent. Le mode premier d'expression des nombres est celui des mots *(Stella Baruk). Les mots peuvent être dits ou écrits.*

Les nombres sont les seuls mots de la langue ayant deux écritures :

- en mots (en numéral), comme les autres mots en français.

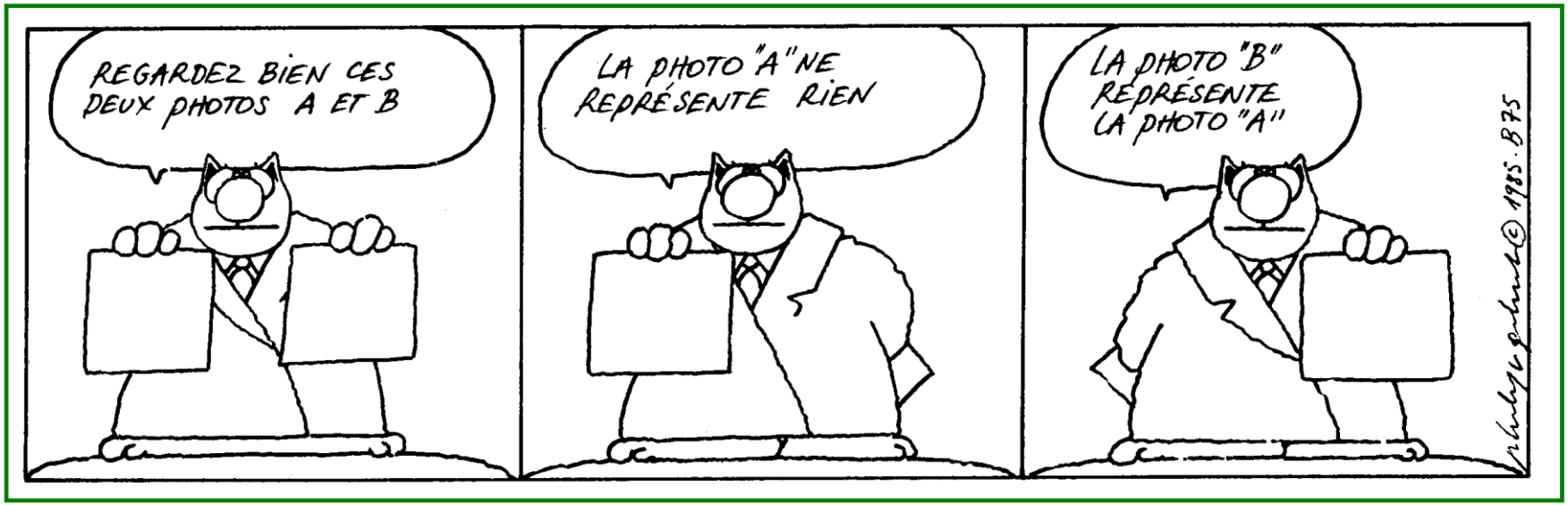
- en chiffres (en numérique).

Les nombres n'ont qu'une seule écriture chiffrée. Elle transcrit l'énoncé linguistique du nombre dans le système choisi *(Stella Baruk).*

Il y a des nombres qui s'écrivent avec un seul chiffre (7 se dit avec un mot). .

Une quantité dite avec ces mots-là s'exprime *avec un nombre- de ; un nombre-de répond à la question « combien de ? » Combien d'années on a, combien d'élèves on est dans la classe, combien restent à la cantine…*

Un numéro n'est pas un nombre. Il sert à repérer, à savoir où est quelque chose ou quelqu'un. Il sert à repérer un lieu, un objet (bus, train…), une personne (au football) et est généralement écrit en chiffres : j'habite au numéro 51 de la rue…

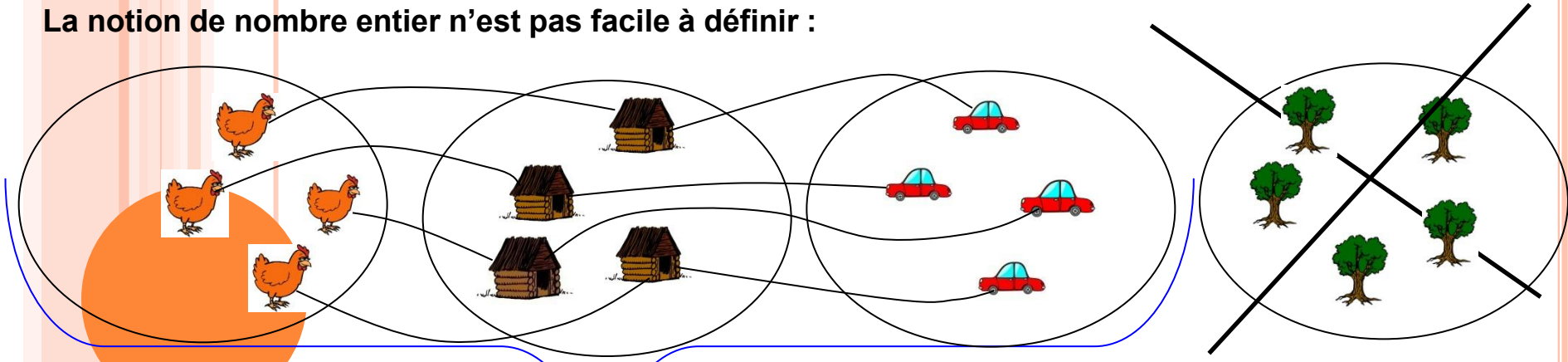

REGARDEZ BIEN CES DEUX PHOTOS A ET B
LA PHOTO "A" NE REPRÉSENTE RIEN
LA PHOTO "B" REPRÉSENTE LA PHOTO "A"
Philippe Geluck © 1985 : B75

2/ Les aspects du nombre entier

Le concept de base est le concept de nombre entier. Ce concept a été introduit comme outil pour résoudre des problèmes (« Tous les animaux du troupeau sont-ils toujours là ? », par exemple)

A l'école, on étudie d'abord les entiers naturels (entiers positifs ou nuls : 0, 1, 2, 3, …)

La notion de nombre entier n'est pas facile à définir :



On peut établir une correspondance terme à terme entre les éléments de ces deux ensembles

On peut établir une correspondance terme à terme entre les éléments de ces deux ensembles

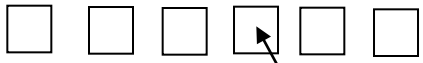
On ne peut pas établir une correspondance terme à terme avec un des ensembles précédents.

Ces ensembles qu'on peut mettre en correspondance terme à terme ont quelque chose d'abstrait en commun : il ont le même nombre d'objets.

Le nombre entier permet d'indiquer une quantité (aspect cardinal du nombre)

Le nombre entier a aussi un aspect ordinal : lundi est le premier jour de la semaine, mardi le deuxième, etc.

Exemple d'activité :



Boîte contenant un objet

« Comment faire comprendre dans quelle boîte se trouve l'objet, sans montrer cette boîte »

Remarque importante :

On ne peut pas bien concevoir la notion de nombre si on n'est pas conscient des liens qui unissent les nombres :

Exemples : « 3 est plus petit que 4 » ; « 3 et 1 ça fait quatre ».

À PARTIR DE COMBIEN D'UNITÉS PEUT-ON PARLER DE COLLECTION ?
ET À PARTIR DE COMBIEN DE COLLECTIONS PEUT-ON PARLER DE COLLECTION DE COLLECTIONS ?

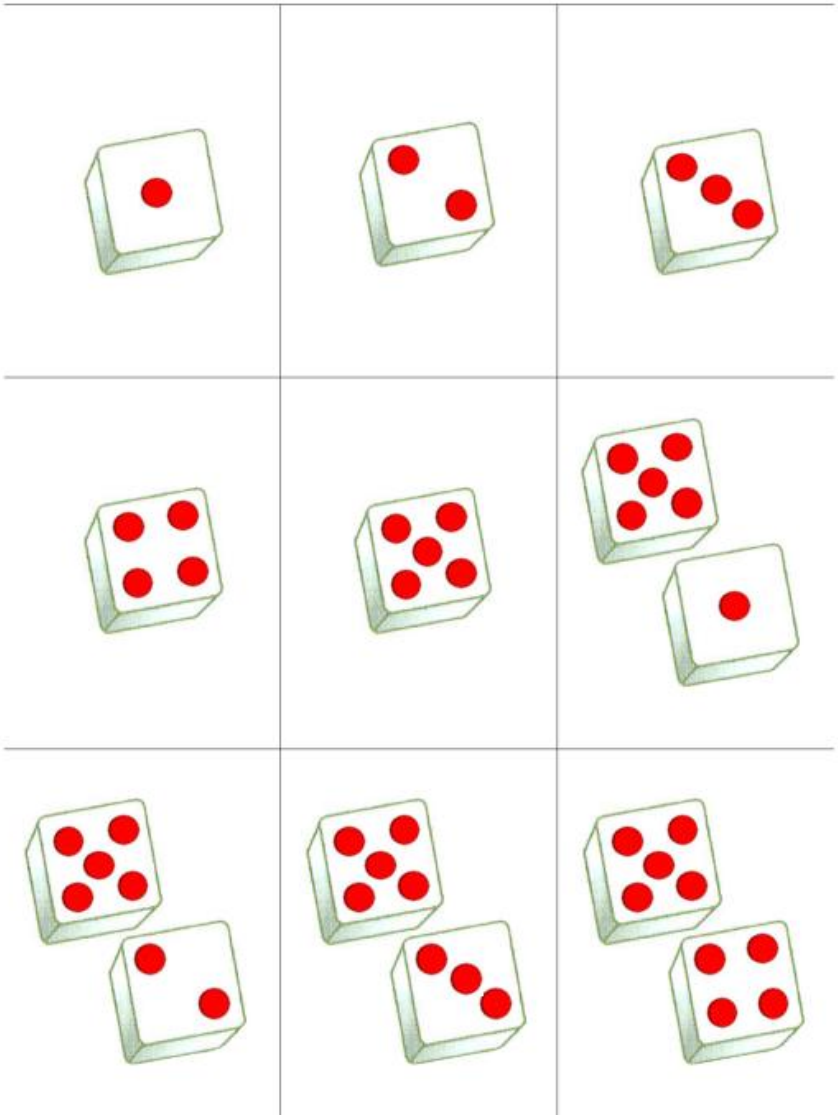
b/ le mot « constellation »

Une constellation est une organisation conventionnelle déterminée (doigts, dés, cartes de jeu).

c/ le mot « configuration »

Il marque un stéréotype. Les constellations du dé sont des stéréotypes pour représenter les quantités de un à six.

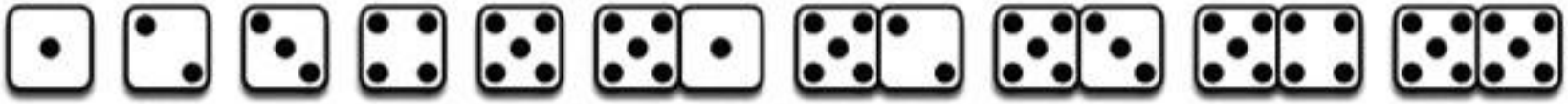
Par contre, avec les doigts, on peut montrer plusieurs configurations différentes pour représenter des quantités.



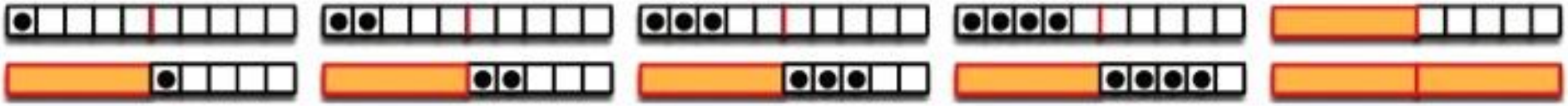
Représentations des nombres

Celle de Madame Suzanne HERBINIERE-LEBERT

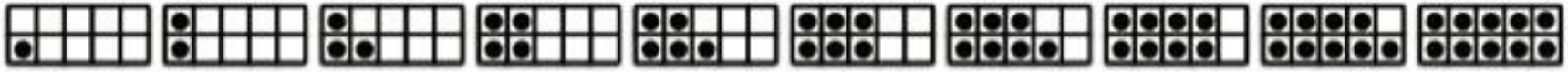
Celle de Dédé



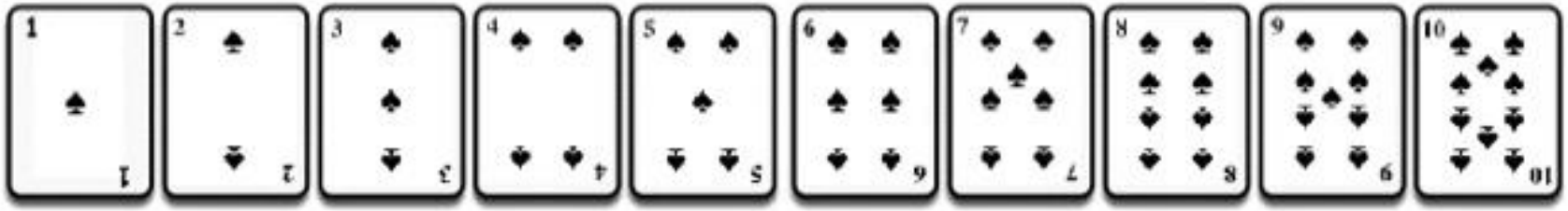
Celle de Picbille



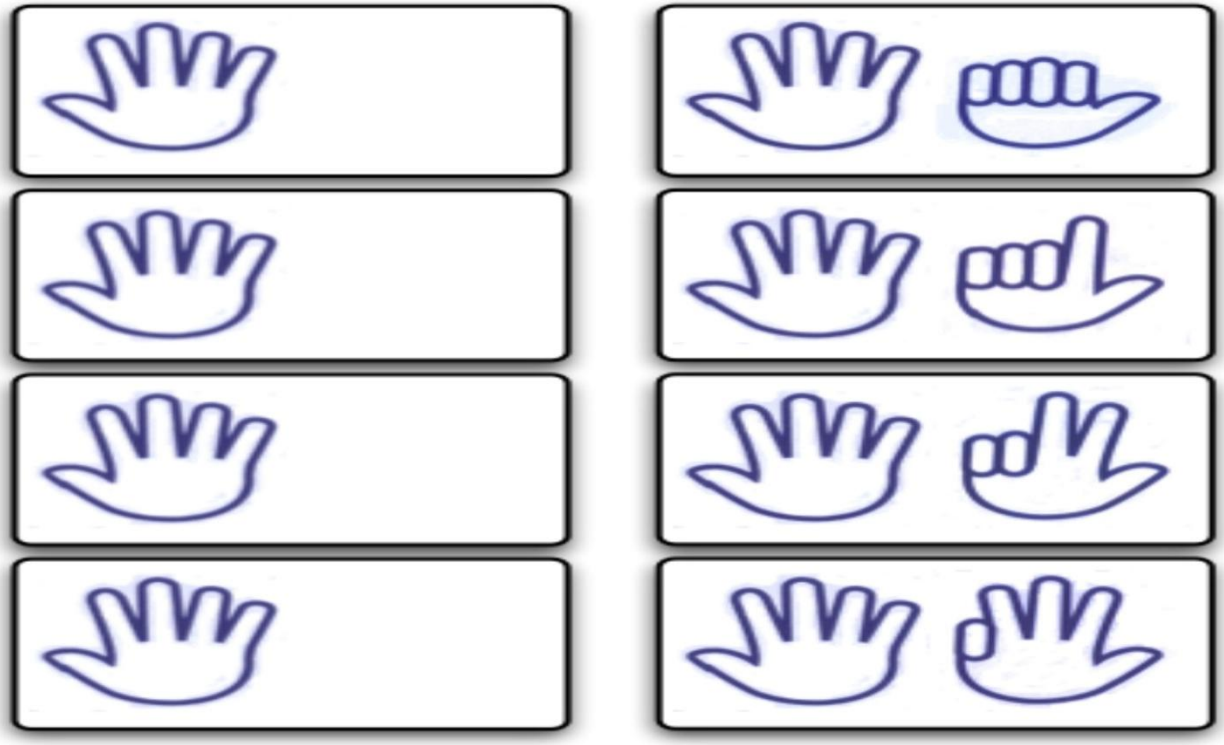
Les cartes à points



Les cartes



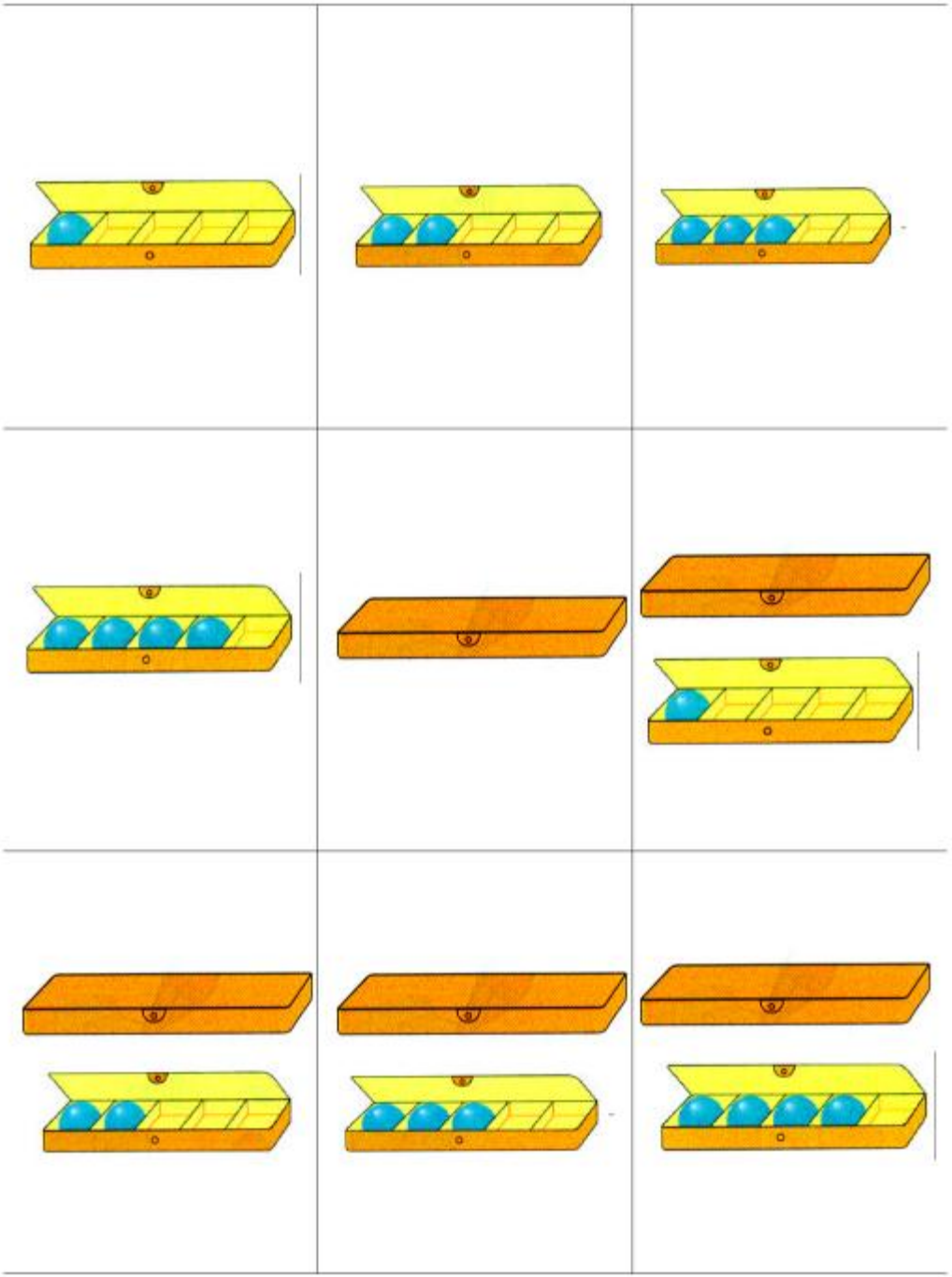
Les doigts



Les nombres de 1 à 10

Les nombres de 1 à 5 sur la main gauche

Les nombres de 1 à 5 sur la main droite



d/ l'énumération

L'énumération est une exploration exhaustive d'une collection en passant en revue tous les objets de la collection et chacun d'eux en une seule fois.

Cette connaissance relative à la collection est celle qui permettra le comptage.

e/ la désignation

La désignation est une connaissance que l'on met en œuvre lorsque l'on veut remplacer un objet ou une collection d'objets par un symbole pour conserver une mémoire de cet objet.

Exemples : - le dessin d'un objet est une désignation de cet objet.

- Une liste formée de suite de symboles représentant des objets est le mode le plus simple d'une collection d'objets.

f/ l'ordre

L'ordre intervient lorsqu'on se donne des informations qui permettent de repérer la position des objets d'une collection organisée selon une direction donnée et pour laquelle a été défini un sens.

4/ Compter, dénombrer, calculer.

LE PETIT ROBERT 2006	ERMEL : Apprentissages numériques et résolution de problèmes, Hatier 2005.	Dominique VALENTIN, Découvrir le monde avec les mathématiques, Hatier	Rémy BRISSIAUD, Premiers pas vers les maths, Retz 2007 J'apprends les Maths Grande Section, Retz.
Compter 1/ déterminer une quantité par le calcul, établir le nombre de …(chiffrer, dénombrer, nombrer) 2/ Mesurer avec parcimonie (regarder à la dépense)		**Il serait préférable de réserver le terme « compter » au fait de réciter la suite numérique à partir de 1, alors que « dénombrer », parfois remplacer par « nombrer », désigne une procédure, quelle qu'elle soit, qui permet de déterminer le nombre d'éléments d'une collection.**	
Dénombrer : Faire le compte de; énoncer (chaque élément) en comptant (compter, énumérer, inventorier, recenser…)	Le mot « dénombrement » est associé à la technique du comptage : « Utilisation de la comptine numérique (suite des « mots nombres ») en associant oralement ou mentalement un objet nouveau à chaque mot, page 218.	Le dénombrement par comptage est la technique utilisant la comptine numérique de un en un à partir de un.	Nous appellerons ici « dénombrement » tout procédé (les psychologues disent toute procédure) permettant d'accéder au nombre.
Calculer :		Nous réservons le terme calculer au travail sur les nombres et non sur les objets; ce terme s'oppose ainsi aux termes dénombrer ou compter qui ne peut se faire que sur des objets, qu'ils soient effectivement présents ou évoqués.	

4.

Le concept de nombre

Le concept de nombre, c’est quoi ?

C'est un modèle mental générique qui peut se décliner en une infinité de représentations: trois, 3, X X X…

On peut le caractériser par des données objectives.

L'ordinalité représente le nombre

- **dans un cadre spatial (bande numérique)**
- **dans un cadre temporel (comptine numérique)**

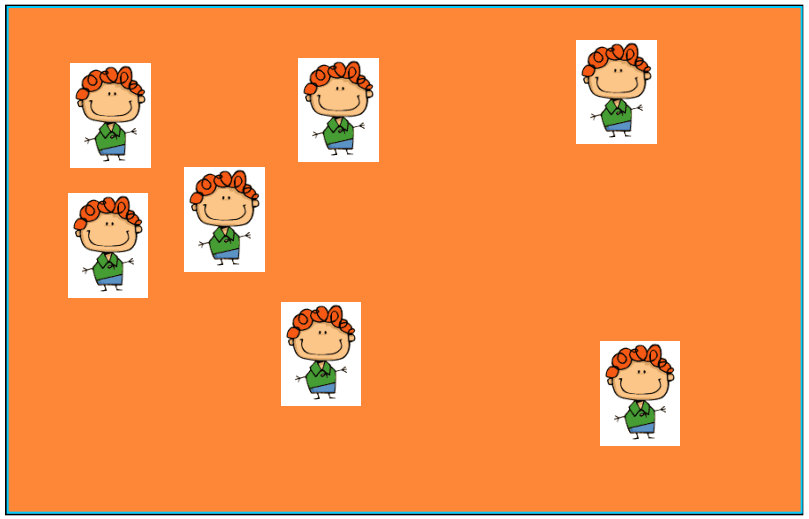
La cardinalité utilise le nombre

- **pour mémoriser des quantités**
- **pour communiquer des quantités**

Ordinalité et cardinalité sont indissociables. Il est important de proposer en maternelle des activités sollicitant conjointement des procédures d'ordinalisation et de cardinalisation

a) Exemples en SG

Premier exemple (inspiré d'une proposition de Dominique Valentin)



Combien de bébés ont fini leur sieste et sont dans la salle de jeux ?

Combien de bébés font encore la sieste dans le dortoir ?

Deuxième exemple :

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14			**17**			

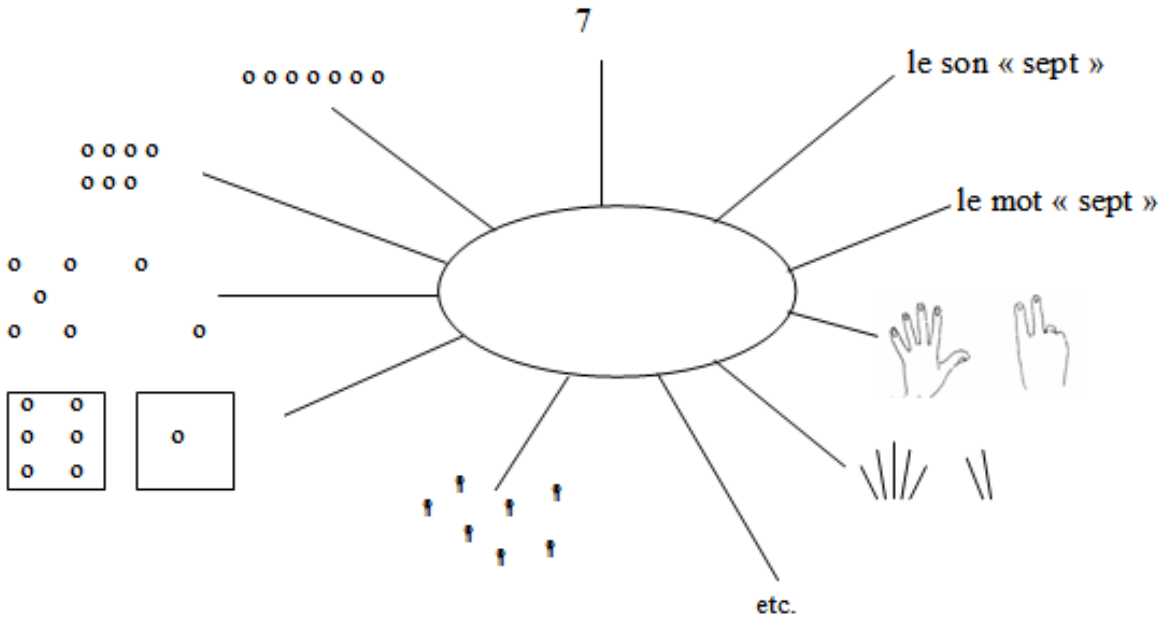
On est le 17.

1°) Combien de jours se sont passés depuis le 14 ?

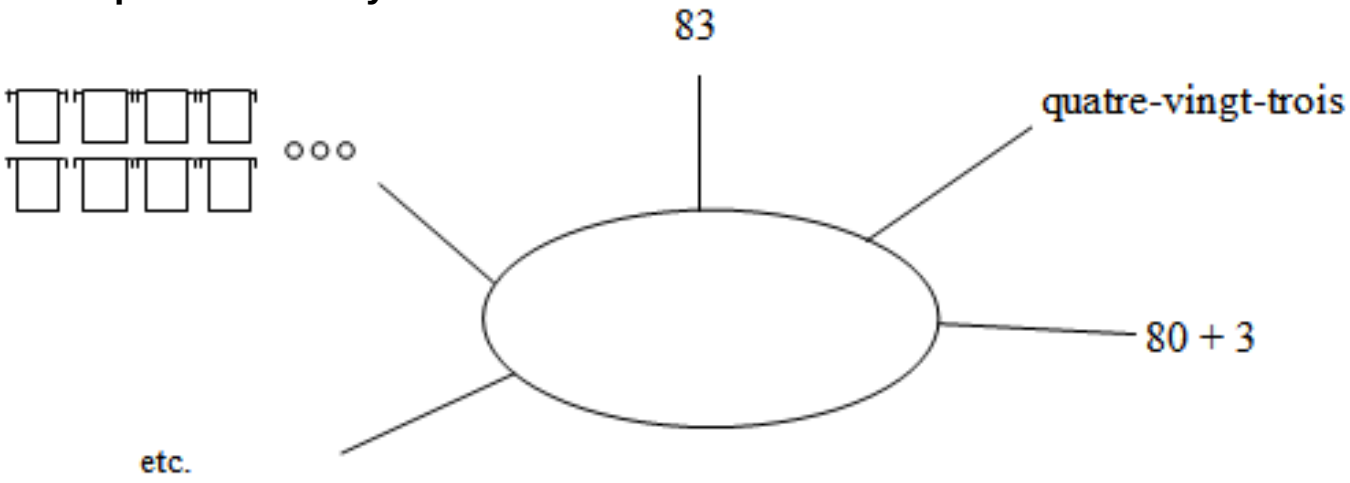
2°) La maîtresse Aline revient dans combien de jours ?

3°) Combien de jours jusqu'à l'anniversaire de Pierre ?

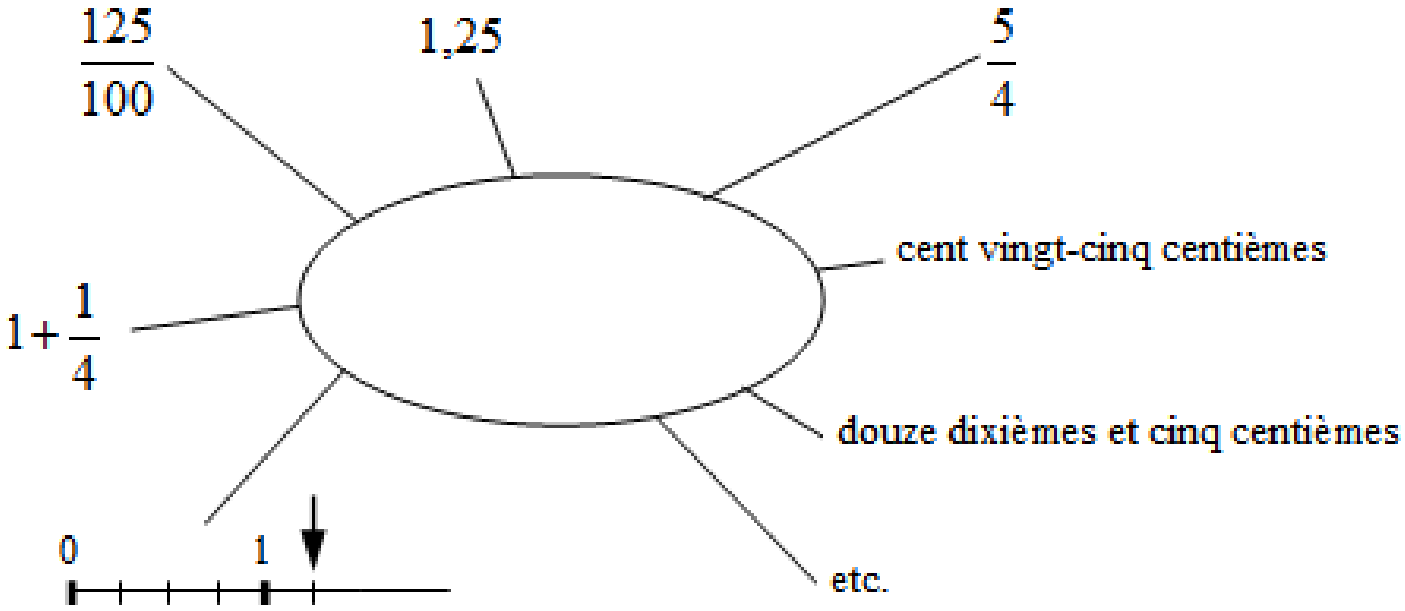
b) Un nombre a plusieurs représentations : il faut savoir passer d'une représentation à une autre



Ce qui sera poursuivi au cycle 2 :



Et au cycle 3 :



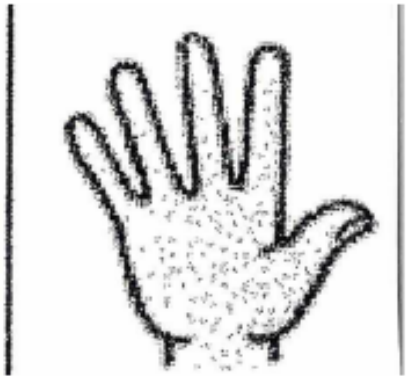
Documents Stella Baruk :

Bande numérique

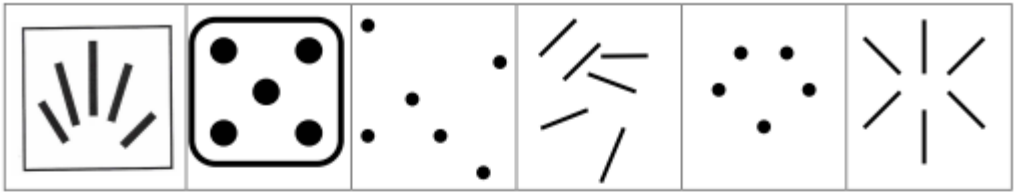
un 1	deux 2	trois 3
quatre 4	cinq 5	six 6
sept 7	huit 8	neuf 9

un 1	deux 2	trois 3	quatre 4	cinq 5	six 6	sept 7	huit 8	neuf 9

4	9	2
3	5	7
8	1	6

la main	lire / écrire	voir	compter
 5 doigts	5 cinq	 	

Colorie les cases lorsque tu rencontres cinq :



Dans les cases que tu as coloriées, il y a des cinq qui se voient sans compter, retrouve-les et redessine-les :

Entoure cinq qui ici, est écrit en mot :

deux quatre un cinq sept neuf huit

sept huit cinq deux un trois cinq

Entoure cinq qui ici, est écrit en chiffre :

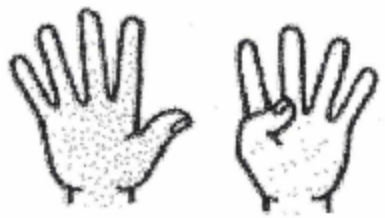
9 2 3 4 5 8 7 1 5 9 2

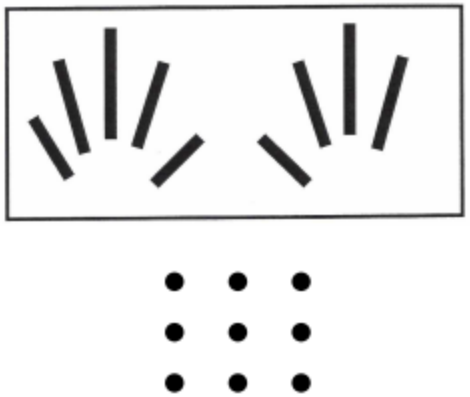
Ecris en mot : Ecris en chiffre :

cinq 5

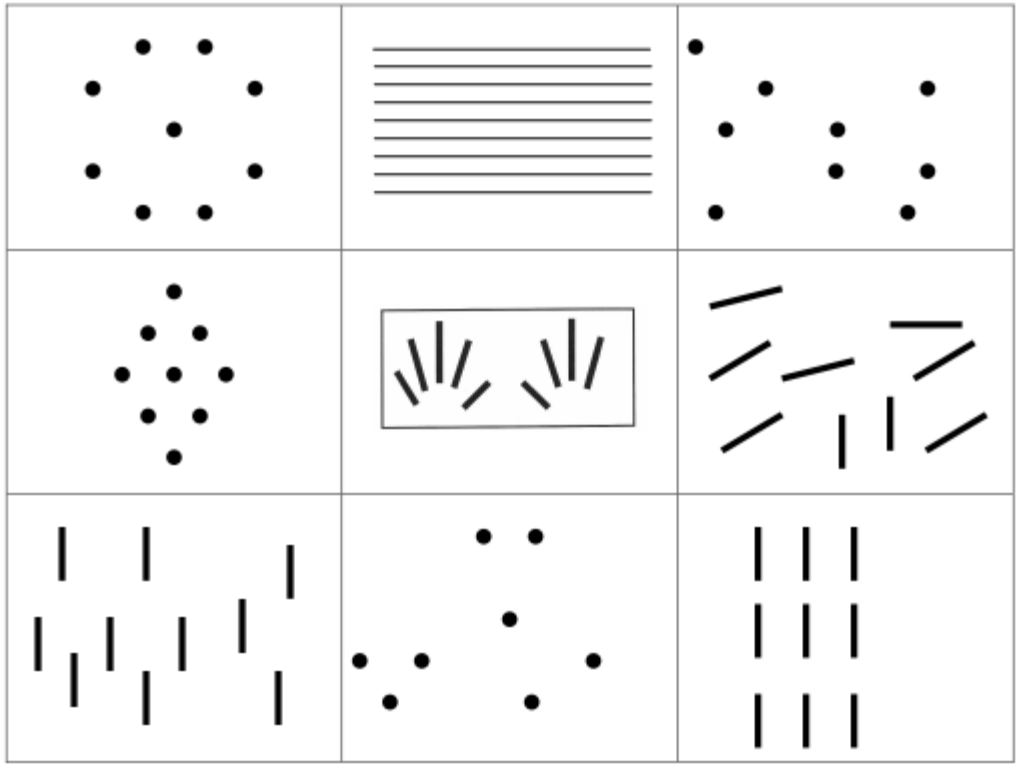
un 1	deux 2	trois 3	quatre 4	cinq 5	six 6	sept 7	huit 8	neuf 9

4	9	2
3	5	7
8	1	6

neuf doigts	lire / écrire
	9 neuf

voir	compter
	

Colorie les cases lorsque tu rencontres neuf :



Entoure neuf qui ici est écrit en mot ou en chiffre :

sept neuf six neuf un neuf deux 5 3 6 9 2 9 6

Ecris en mot : Ecris en chiffre :

neuf 9

Ecris en mots puis en chiffres la représentation en points ou en barres :

Ecris en chiffres et donne, en barres, ta représentation préférée :

sept	quatre	huit	cinq	neuf	six

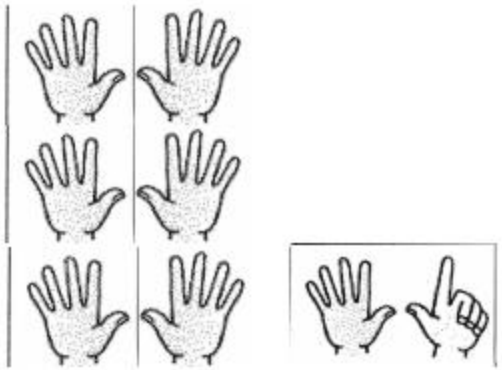
Ecris en mots et donne, en points, ta représentation préférée :

8	4	7	5	6	9

Ecris en chiffres la suite croissante des nombres, depuis un jusqu'à neuf :

Ecris en chiffres la suite décroissante des nombres, depuis neuf jusqu'à un :

Je montre :



J'écris en mots :

trente-sept

↓ ↓

J'écris en chiffres : 3 7

un 3 vaut trente un 7 qui dit la vérité

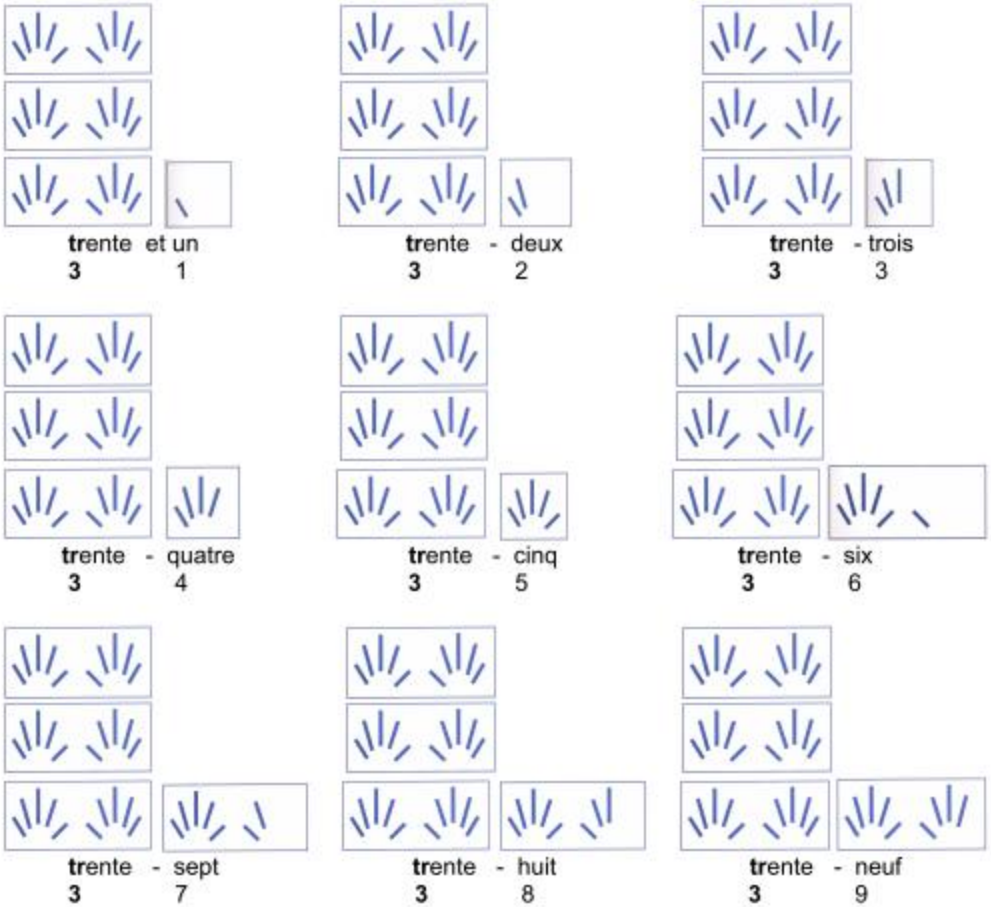
Jusqu'à neuf, les nombres sont des « uns » mis côte à côte.

Après, ils sont organisés par « paquets » de dix parce qu'on a d'abord appris à garder le souvenir des quantités avec les doigts.

Pour chaque « paquet de dix », on recompte « un », puis « deux », puis « trois »… jusqu'à neuf, mais ce ne sont plus des *vrais* « un », « deux », « trois »,…

Par exemple, « **tr**ente-sept » est organisé :

- en **tr**ois « paquets de dix », ce qui s'écrit avec un 3 qui vaut **tr**ente
- et à côté du 3, un 7 qui, lui, est un *vrai* 7 qui vaut sept.



Ecris en chiffres :

trente-huit	trente-quatre	trente-…	trente-sept	trente-neuf

Ecris en mots :

34	37	32	30	33

Dessine les nombres représentés en barres comme des doigts :

33	36

Représente les nombres en collant les étiquettes barres-doigts :

35	32

Ecris en chiffres le nombre représenté en barres sous forme de doigts :

Ecris en chiffres les nombres écrits en mots :

cinquante-neuf	quarante-trois	soixante-…

trente-huit	cinquante-…	quarante-quatre

trente-…	soixante-six	quarante-…

Quand on dit **dix-sept**, on sait que ça s'écrit avec un **1** qu'on n'entend pas et qui vaut dix, mais on entend bien le **7** qui dit la vérité.

Mais quand on écrit « treize » en chiffres, **13**, même le 3 qui dit la vérité ne s'entend plus, parce qu'il est mélangé avec le dix.
Il y a plusieurs nombres après dix pour lesquels les mots se sont mélangés.

On dit :	**Au lieu de dire :**	**Et on écrit en chiffres :**
Seize	*dix-six*	16
Quinze	*dix-cinq*	15
Quatorze	*dix-quatre*	14
Treize	*dix-trois*	13
Douze	*dix-deux*	12
Onze	*dix-un*	11

Ecris en chiffres et en mots les nombres représentés en barres-doigts :

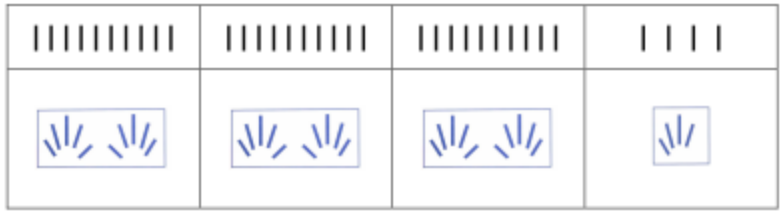
Ecris ces nombres en chiffres, et en dessous leur vrai nom :

dix-cinq	*dix-trois*	*dix-deux*	*dix-quatre*	*dix-six*	*dix-un*
15					
quinze					

On ne peut pas savoir combien de fleurs il y a dans cette guirlande, sans les compter.

Ce serait pareil si on fait correspondre une barre à chaque fleur. Il faudrait aussi les compter.

Mais si ces barres étaient regroupées par **dix** comme les dix doigts, on pourrait tout de suite dire combien il y en a.



Cette fois, on voit qu'il y en a trente-quatre, et quand on dit trente-quatre, on entend qu'il y a trois « paquets » de dix, et puis quatre. Et c'est aussi ce que veut dire l'écriture en chiffres : on écrit un 3 qui compte les paquets de dix et qui vaut trente, et un 4 qui dit la vérité.

Les paquets de dix s'appellent des dizaines.

Quand on écrit un nombre avec deux chiffres, le premier dit les dizaines, et le deuxième les uns.

Quand on compte des objets un par un, chaque fois qu'on arrive à un paquet de dix, on a une nouvelle dizaine. On la compte alors avec les autres dizaines, et on est obligé de dire un nouveau mot.

	↱ +1	↱ +1		↱ +1
On dit ↓	On dit ↓	On ne dit pas ↓	On dit ↓	On dit ↓
trente-huit	trente-neuf	trente-dix	quarante	quarante et un
38	39	40		41

Écris en mots et en chiffres, en comptant de un en un à partir de :

vingt-huit			
28			

cinquante-huit			
58			

quarante-huit			
48			

Compter, c'est dire le nom des nombres que l'on obtient en partant de un, et en ajoutant un, encore un, encore un, et ainsi de suite.

Ecris le nom des nombres représentés en barres-doigts, qui « vont » de un en un, depuis **un** jusqu'à **neuf**, et leur représentation en chiffres.

un								
1								

Si tu sais compter de un à neuf, tu sais compter à partir de n'importe quel nombre, avec de nouveaux mots qui organisent les nombres par paquets de dix. Par exemple, tu as vu qu'après trente-neuf, on ne disait pas trente-dix mais quarante ; mais après on recommence, quarante et un, quarante-deux…

Complète le tableau :

mots	chiffres	mots	chiffres
quarante	40	cinquante	50
quarante et un	41	cinquante et	
quarante-deux		cinquante-	
quarante-		cinquante-	
quarante-		cinquante-	
quarante-		cinquante-	
quarante-		cinquante-	
quarante-		cinquante-	
quarante-		cinquante-	
quarante-		cinquante-	

Ecris en chiffres :

Ce qui devrait se dire :

Septante-huit	**Sept**ante-neuf	**Sept**ante-sept

Mais on ne parle pas comme ça en France : c'est en Belgique et en Suisse qu'on dit **sept**ante pour **sept** dizaines.
En France, après soixante-neuf, on compte sans inventer un nouveau mot. Alors on dit :
Soixante-sept, soixante-huit, soixante-neuf, soixante-**dix.**

Donc au lieu de dire :

Septante-huit	**Sept**ante-neuf	**Sept**ante-sept

On dira :

Soixante-dix-huit	Soixante-dix-neuf	Soixante-dix-sept

ATTENTION ! Le soixante-dix peut se cacher…

Complète le tableau :

En chiffres	En Belge	En Français « décomposé »	En Français
73	Septante-trois	Soixante-dix-trois	Soixante-treize
		Soixante-dix-cinq	
72			
	Septante-neuf		
74			
			Soixante-seize
		Soixante-dix-un	

Autrefois, il y a bien longtemps, dans certains pays, si on voulait garder le souvenir d'une quantité, et que les doigts des deux mains ne suffisaient pas, on utilisait aussi ceux des pieds, ce qui faisait vingt en tout.

C'est pourquoi certains nombres sont organisés en vingtaines, et pas en dizaines.

En France, on compte en vingtaines juste après soixante-dix (septante) : Les **huit** dizaines, qui devraient se dire huitante, font quatre vingtaines, ce qui se dira **quatre-vingts.**

	1		1		1	1
	2		2		2	
	3		3		3	2
	4		4		4	
	5		5		5	3
	6		6		6	
			7		7	4
					8	
60		70		80		

On devrait dire :

	septante	*huitante*

On dit :

soixante	Soixante-dix	Quatre-vingts

Complète les tableaux :

En chiffres	On devrait dire :	On dit :
87	Huitante-sept	Quatre-vingt-sept
	Huitante-huit	
		Quatre-vingt-cinq
89		
	Huitante-trois	

En chiffres	On dit :	On devrait dire :
75		
	Soixante-dix-sept	
		Huitante-deux
	Quatre-vingt-un	
84		
		Septante-quatre
76		
	Quatre-vingt-six	

Ecris la suite des nombres de 67 à 74 :

67							74

Ecris la suite des nombres de 78 à 85 :

78							

Complète le tableau :

97	quatre-vingt-dix-sept	20 + 20 + 20 + 20 + 10 + 7
98		
91		
84		
46		
92		
71		
29		
42		
87		
94		
99		
96		
84		
93		

Trouve l'unité utilisée dans les phrases suivantes :

	Unité utilisée
J'ai acheté quinze images.	
Ce livre coûte cinq euros.	
C'est un chaton de six mois.	
Ma règle mesure trente centimètres.	

Parfois on utilise deux unités différentes pour exprimer une quantité :

	Unités utilisées
La séance a duré deux heures et vingt minutes.	
Ce gâteau coûte trois euros vingt centimes.	
Ce rôti pèse deux kilogrammes et cent grammes.	

Entoure l'unité utilisée (ou les unités utilisées) dans ces phrases :

J'ai acheté trois litres de lait.

Le film dure deux heures.

Le coureur a mis dix secondes pour faire cent mètres.

La baguette coûte quatre-vingt-cinq centimes.

L'école se termine à seize heures et trente minutes.

Je suis partie en vacances quatre semaines et cinq jours.

Des chiffres pour écrire tous les nombres

1 2 3 4 5 6 7 8 9

et le chiffre du silence :

0

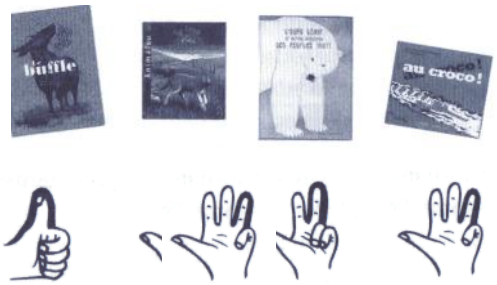
Des mots pour dire/lire/écrire les nombres

un	onze	
deux	douze	vingt
trois	treize	trente
quatre	quatorze	quarante
cinq	quinze	cinquante
six	seize	soixante
sept		
huit		cent
neuf		mille
dix		million
		milliard

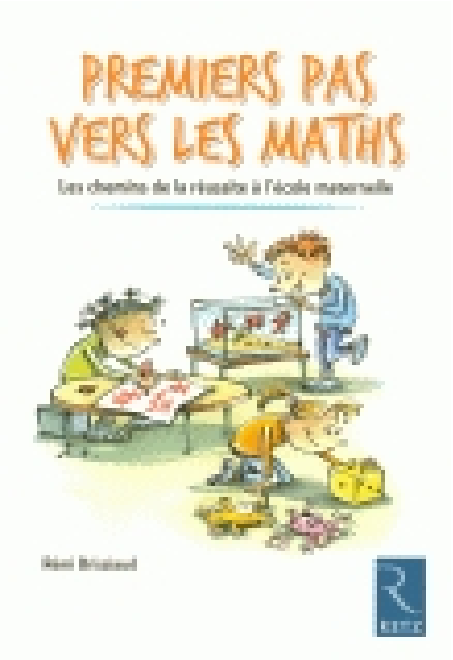
c) Les nombres sont « liés les uns aux autres »

Exemples en PS :

Idées et illustration extraites de l'ouvrage de Rémi Brissiaud « Premiers pas vers les maths – Les chemins de la réussite à l'école maternelle »



« un » **« quatre »** **« un »** **« et un »**



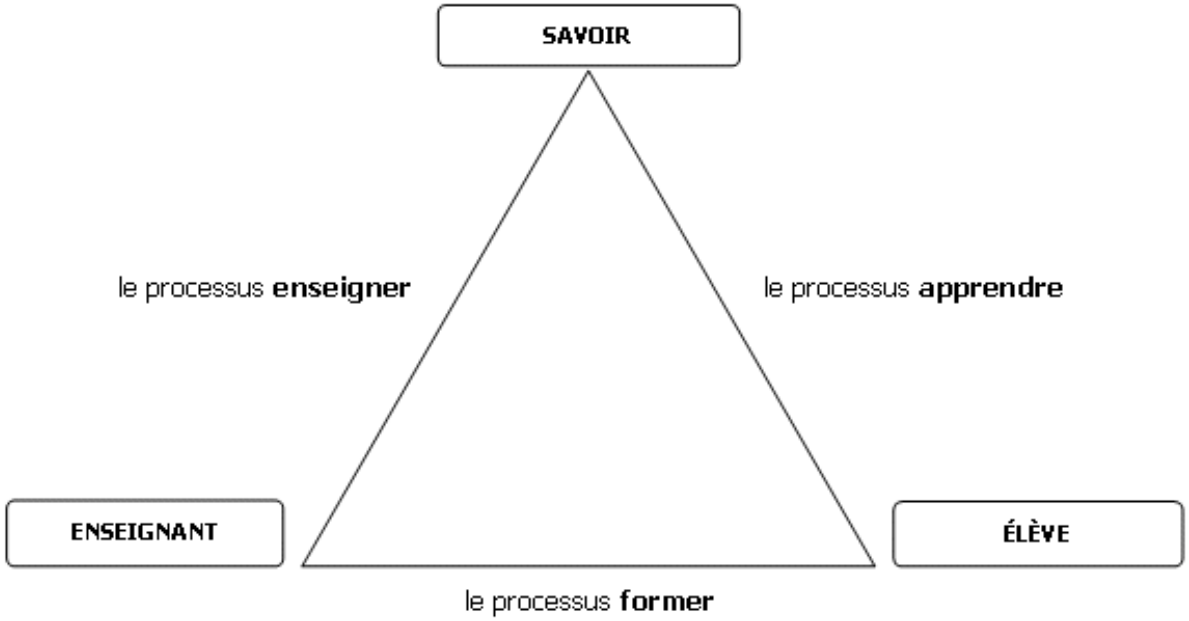
En utilisant les doigts, on peut aussi montrer que :

« deux » **« ça fait trois »**

5.

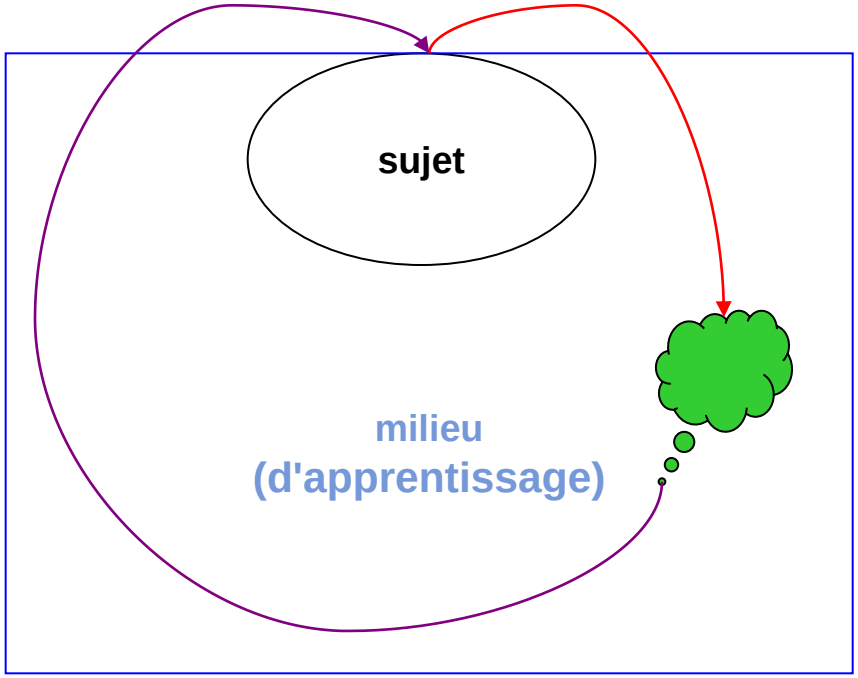
Construire le concept du nombre, oui mais comment ?

la dialectique enseigner / apprendre



un modèle d'apprentissage : *Piaget*

psychologie du développement



équilibre

élément nouveau

assimilation

accommodation

organisation

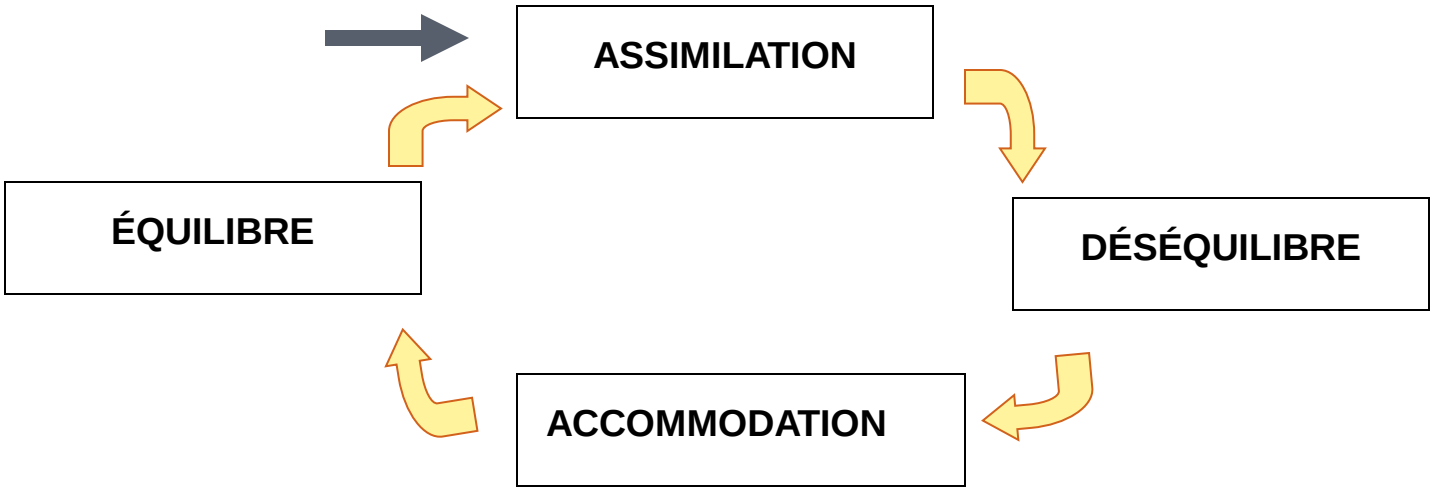
équilibration

Stades de développement

=

Stades d'apprentissages

Piaget (1896-1980) et le constructivisme



La connaissance ne se transmet pas verbalement, elle doit être nécessairement construite et reconstruite par celui qui apprend. Elle se construit grâce au processus d'équilibration des structures cognitives, en réponse aux sollicitations et aux contraintes de l'environnement.

Exemple :

0 est le plus petit nombre **équilibre**

-2 existe **élément nouveau : déséquilibre**

-2 est un nombre **assimilation**

-2 > -1 **accommodation**

quelles opérations sont possibles, quels en sont les résultats compatibles avec les autres nombres ?

organisation

résoudre des problèmes avec ces nombres **équilibration**

Autre exemple :

$\sqrt{x}$ existe si $\mathbf{x > 0}$ équilibre

$\sqrt{-1} = i$ élément nouveau : rupture, déséquilibre

i est un nombre assimilation

$i^2 = -1$ accommodation

Avec ce nouveau nombre, on peut construire un nouveau monde de nombres aux vertus "extraordinaires« :
les nombres imaginaires lorsqu'il sont seuls (5i), et celui des nombres complexes, lorsqu'ils sont associés aux réels (4 + 5i) organisation

Ces nombres constituent un outil pratique pour résoudre des problèmes en électricité, en fait, partout où il y a du mouvement, des ondes. équilibration

Piaget, le genèse du nombre chez l'enfant

Les stades de développement connus :

1. **le stade sensori-moteur (0 à 2 ans)**

le bébé apprend à connaître le monde par les objets qu'il utilise

2. **la période pré-opératoire (2 à 6 ou 7 ans)**

l'enfant peut se représenter certains actes sans les accomplir ; c'est la période du jeu symbolique

3. **le stade des opérations concrètes (6 ou 7 ans à 11 ou 12 ans)**

4. **le stade des opérations formelles (ou hypothético-déductif)**

Dans la « Genèse du nombre chez l'enfant » (1941),

Piaget essaye de mettre en évidence par une série

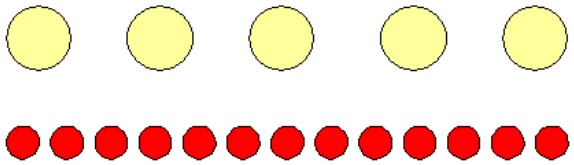
d'expériences, les procédures par lesquelles les enfants « construisent » le nombre. Il rappelle d'abord que la connaissance de la comptine numérique ne saurait tenir compte de la connaissance du nombre. L'enfant qui la récite ne sait pas en effet l'utiliser pour dénombrer réellement.

On peut évoquer à ce propos l'expérience de la <u>conservation de la quantité</u> :

Lorsqu'on fait réaliser par un enfant de 4 ans une correspondance terme à terme entre deux séries de 5 à 6 jetons et qu'on lui demande, après avoir écarté un jeton, de comparer les deux collections, il n'est pas rare que l'enfant réponde qu'il y a, alors, plus de jetons jaunes. L'enfant qui donne cette réponse n'a pas encore acquis la conservation de la quantité.

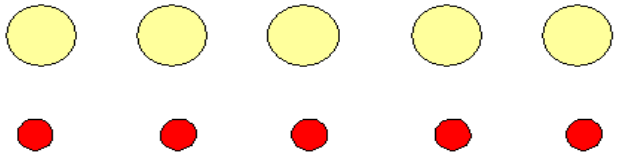
Expérience

Avant 4 ans : stade de l’intuition simple, l’enfant s’appuie sur la perception

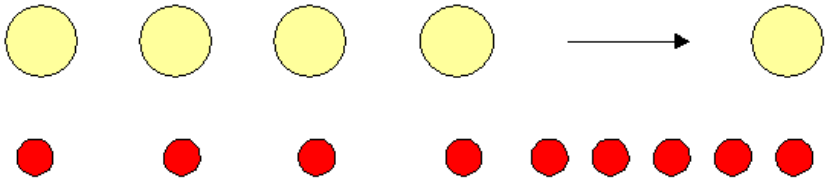


En jaune, c’est ce que l’on place, en rouge c’est ce que l’enfant place, il doit faire une égalité

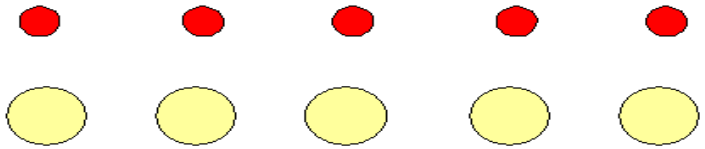
Entre 4 et 7 ans : stade de l'intuition articulée



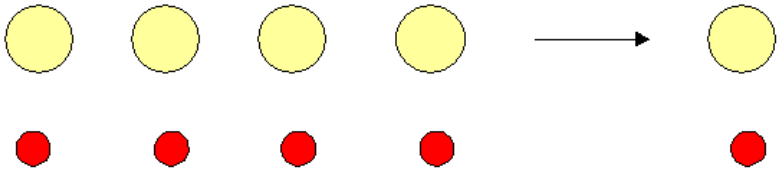
L'enfant place bien les jetons rouges mais si on déplace un jaune et on lui demande de représenter la même quantité alors l'élève se trompe :



Entre 7 et 8 ans : stade de la conservation de l'opération



Et si on déplace un jaune et on lui demande de représenter la même quantité alors l'élève ne se trompe plus :



Le nom du nombre n'est encore qu'un moyen de désigner les éléments d'une collection et il n'y a pas conservation de l'invariant "quantité" dans les différentes présentations spatiales de la série d'objets.

De même, comme Piaget le montre à travers de nombreuses expériences, la réunion des parties d'une collection n'est pas égale à la totalité de cette collection.

L'enfant acquiert le concept de nombre quand il a atteint le « stade des opérations concrètes », c'est à dire à partir de quand il devient conservant (7/8ans). Il sait alors faire des sériations et réalise les inclusions de classe. Il y a simultanéité des trois opérations.

Piaget, Szeminska, 1941

Cette notion de stades d’apprentissages induit une conception « linéaire » de la construction de connaissances sur le nombre.

Le nombre est au service de la représentation du réel (en le quantifiant, en le mesurant) donc dépendant de l'accumulation d'expériences du sujet.

La genèse du nombre est indépendante du langage.

Pour Piaget, le concept de nombre apparaît tardivement chez l'enfant.

Remise en cause de la théorie de Piaget :

- Si on remplace les jetons par des bonbons…

…Les enfants même jeunes font moins d'erreurs

D'où une certaine remise en cause de la notion de stade et de simultanéité des opérations logiques.

- Le nombre avant le langage

Expériences menées sur le jeune enfant (Strauss-Curtis 1981 et Karen Wyn 1992)

Les bébés savent compter !

Reconnaissance globale des quantités jusqu'à 4, 5, voire 6.

Une autre approche plus empirique :

Gelman et Gallistel (1978)

Les connaissances numériques précoces du bébé sont de nature arithmétiques. Dès le plus jeune âge, les enfants "possèdent" le concept du nombre et sont ainsi capables de réaliser des calculs simples.

- **La connaissance de la "comptine" numérique comme préalable.**
- **L'importance de l'activité de comptage / dénombrement.**

→ **Cinq principes régissent le "comptage".**

Une autre approche : ***Gelman et Gallistel*** **(1978)**

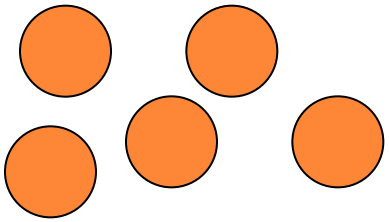
les cinq principes qui régissent le "comptage" :

une opportunité intéressante pour comprendre les difficultés des élèves

1. Principe de correspondance terme à terme :

à chaque unité on doit faire correspondre un mot-nombre

Coordonner le geste à la récitation : un mot par geste, pas plus, pas moins



un

deux

trois

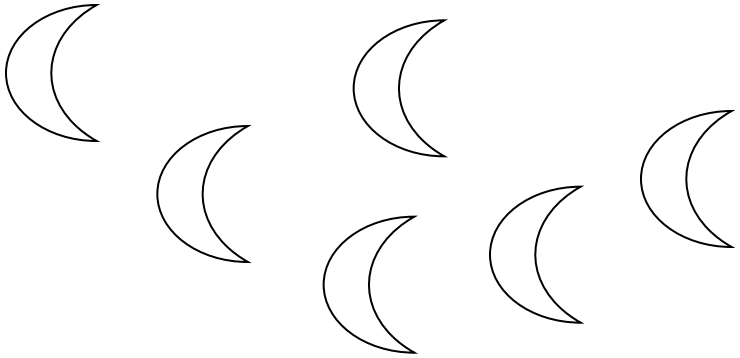
quatre

cinq

2. Principe de suite stable :

les mots nombres doivent toujours être récités de la même façon, sans oubli, sans ajout

Mémoriser une suite de mots et la restituer de la même manière dans des contextes, des organisations qui peuvent varier.



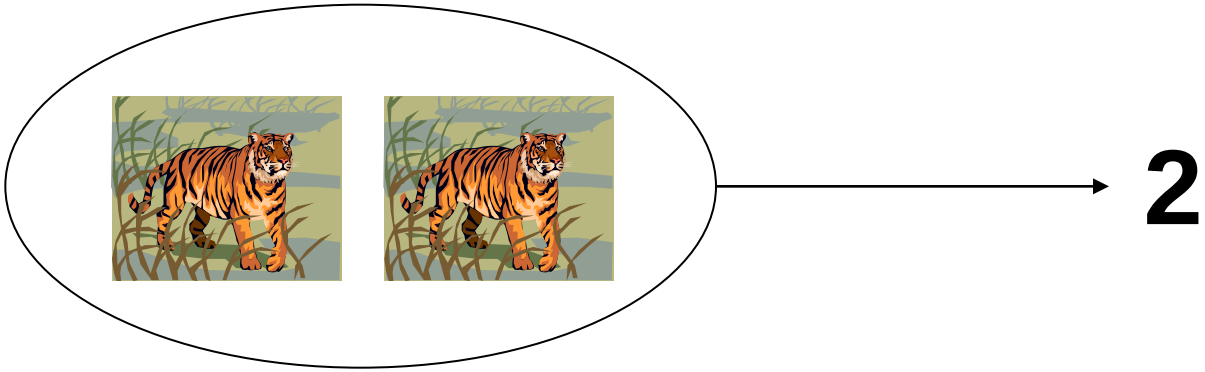
3. Principe d’indifférence de l’ordre :

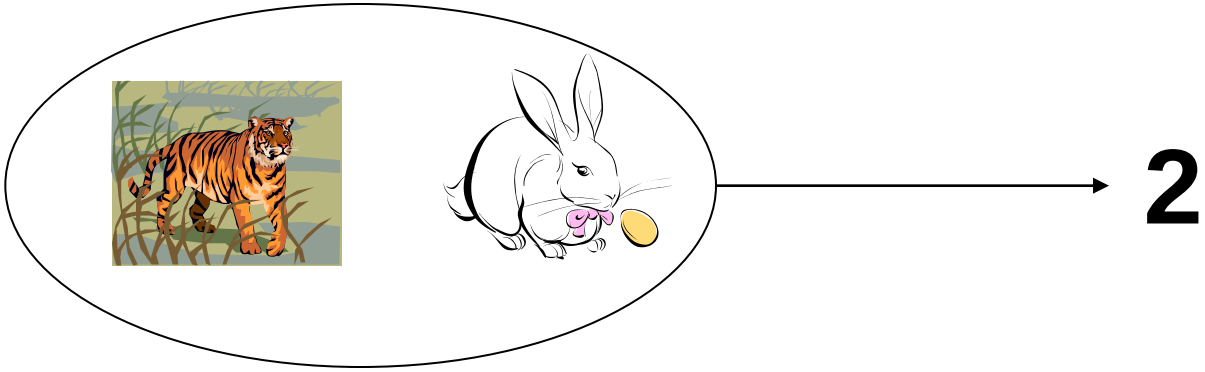
les unités peuvent être comptées dans n’importe quel ordre

L'ordre des objets à dénombrer n'a pas d'importance alors que les mots qui servent dans cette situation sont en ordre !

En revanche, l'organisation spatiale des objets dénombrés revêt une importance qui peut s'avérer fondamentale.

4. Principe d'abstraction :
toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble.



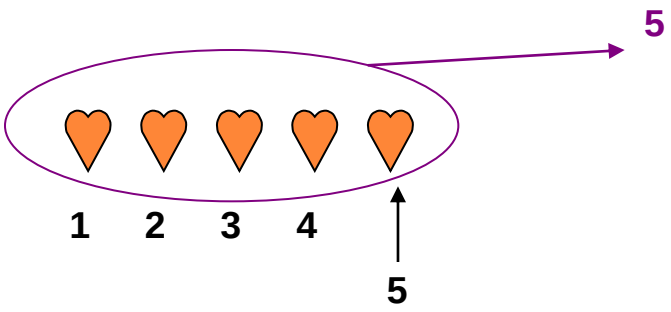


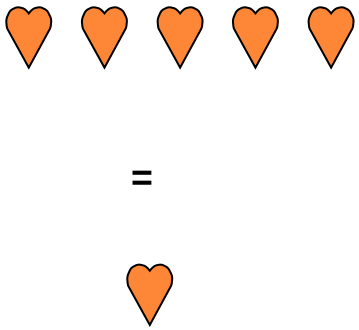
5. Principe cardinal :

le dernier mot nombre prononcé réfère à l'ensemble

Accepter de conceptualiser contre une connaissance… donc de force, par répétition ou imitation

La question du combien…



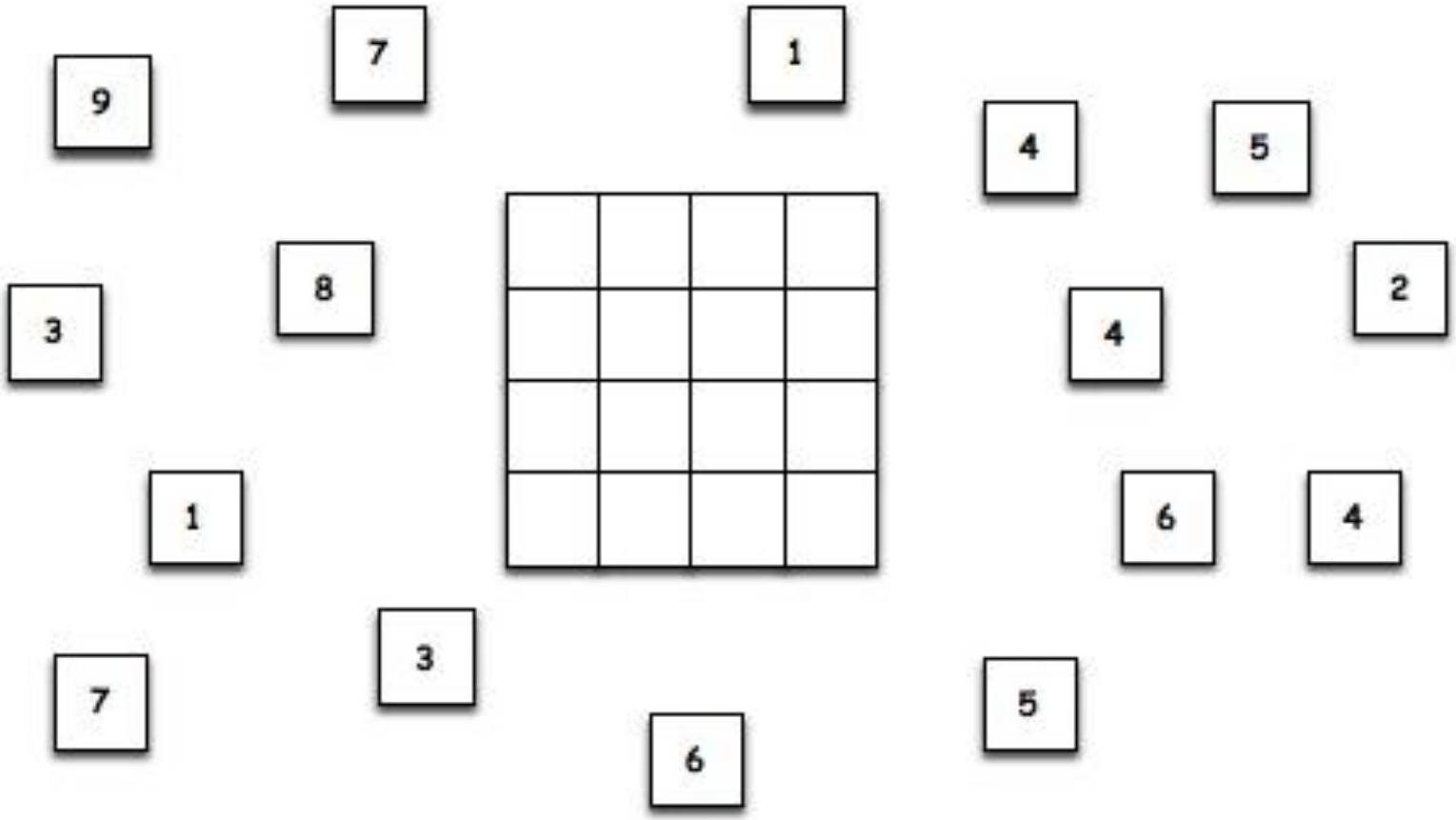


?

quelques conséquences et conseils didactiques :

- ✓ **compter dénombrer des objets du monde pour répondre à une question, (par ex. lors d'un jeu)**
- ✓ **apprendre à organiser un dénombrement par le geste**
- ✓ **varier les contextes de récitation de la comptine**
- ✓ **programmer le processus d'abstraction sans l'accélérer inutilement**
- ✓ **donner des repères numériques pour faciliter les premiers calculs (éviter le surcomptage)**
- ✓ **utiliser ses doigts aussi longtemps que cela est nécessaire, c'est l'outil idéal !**

récréation



En lisant les nombres horizontalement ou verticalement on peut lire :

1597 7254 3715 6434 3416 4286 1893 5674

6.

Comment le nombre vient aux enfants ?

1. De façon approximative: par la perception visuelle

<u>Expérience de Karen WYN (1992)</u>

« le bébé déjà distingue des quantités » Karen WYNN a fait des recherches sur ce que sait faire le bébé avant de savoir parler. Il a montré que :

- **Le jeune enfant est sensible au fait qu'une collection de deux objets n'est pas une collection d'un seul objet mais de plus.**
- **Le jeune enfant est sensible au fait que le retrait d'un objet à une collection de deux objets ne laisse pas invariante la collection de deux objets.**

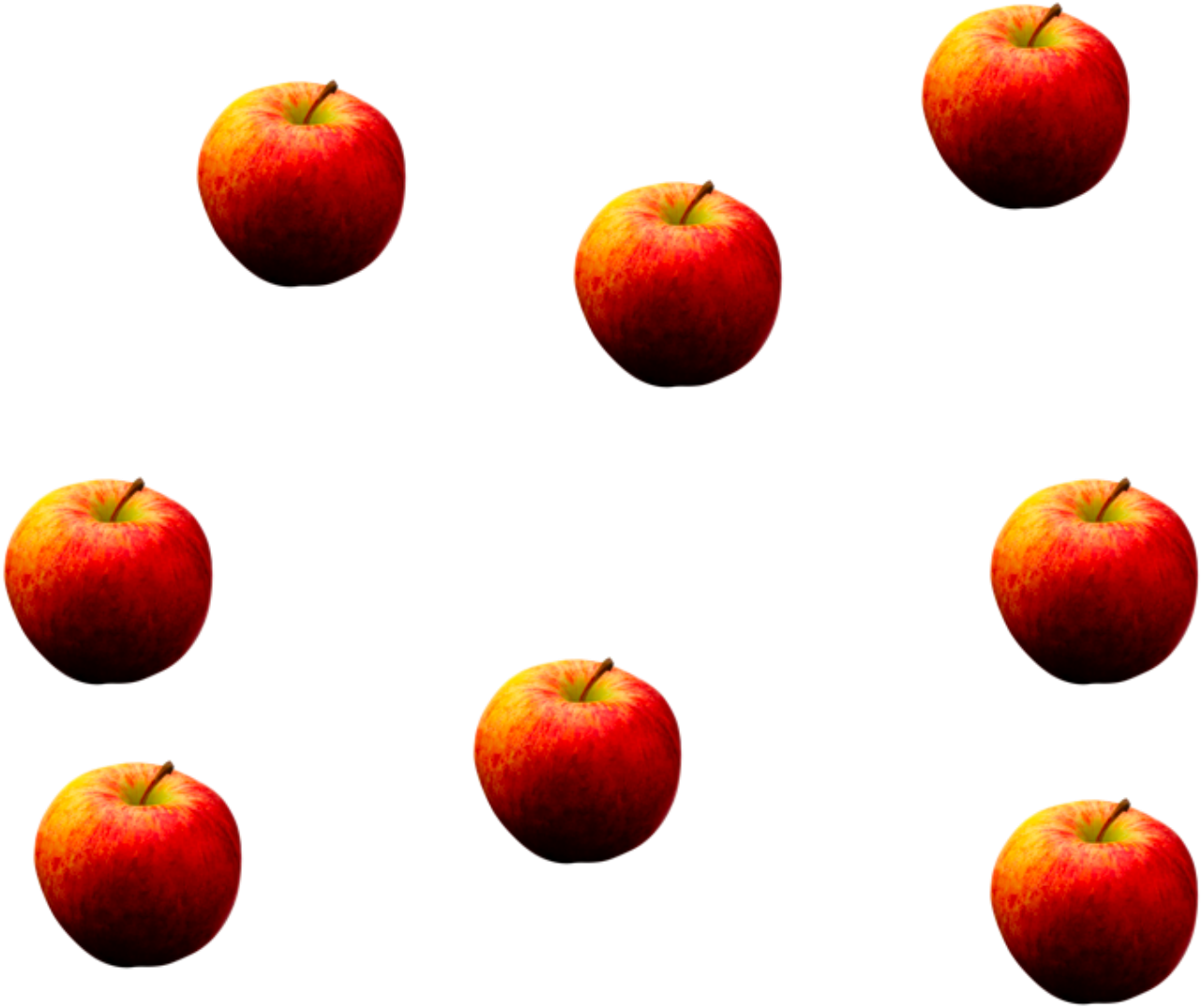
L'enfant est donc sensible à une différence.

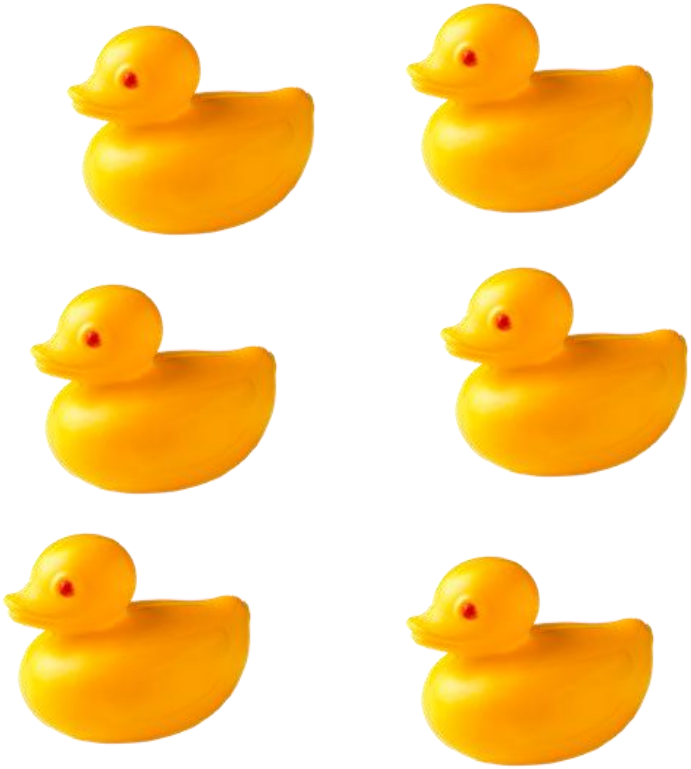
Mais cela ne veut pas dire qu'il sait ce qu'est une collection de deux objets.

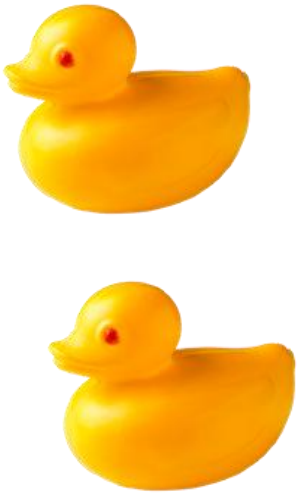
Cette expérience de WYNN pose la question de la permanence de l'objet qui commence à se mettre en place vers 8 mois et est excellente à 24 mois.

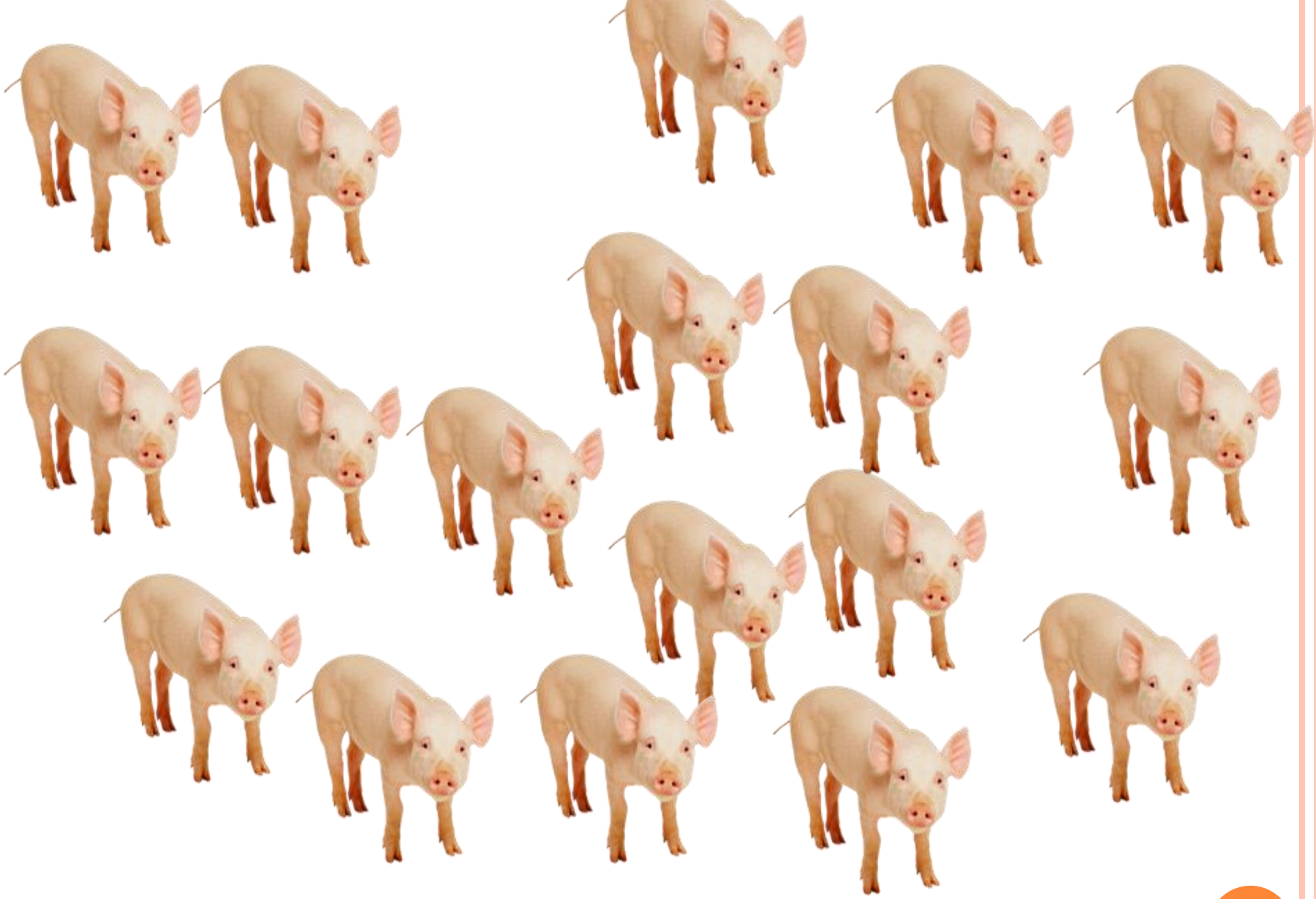
On peut peut-être expliquer cela par un processus que l'on appelle « subitizing » = capacité à dénombrer perceptivement une petite quantité d'objets (jusqu'à 3 pour les enfants de 6-7 ans et 8-9 pour les adultes).

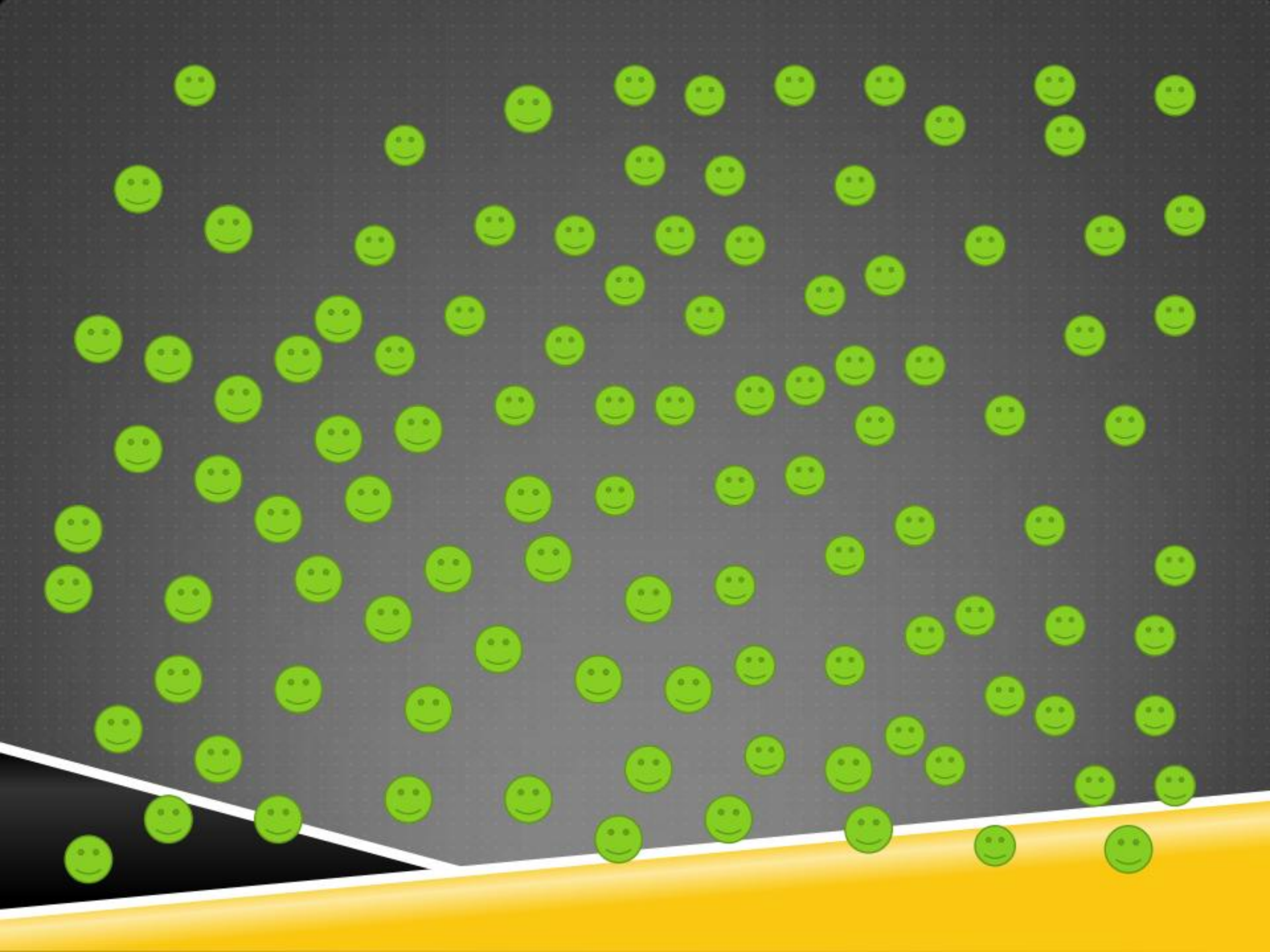
Le subitizing











2. De façon précise par le dénombrement

- **Pour Rémi BRISSIAUD**

  <u>Une épreuve non verbale réussie dès l'âge de 3 ans ½ (PS)</u>

  On montre une collection de trois objets à un enfant puis on la cache.

  On retire deux objets, de manière visible (l'enfant ne voit ni la collection de départ ni celle restante).

  On lui demande de construire une collection qui est "pareille" que celle qui reste. On sollicite donc une réponse non verbale.

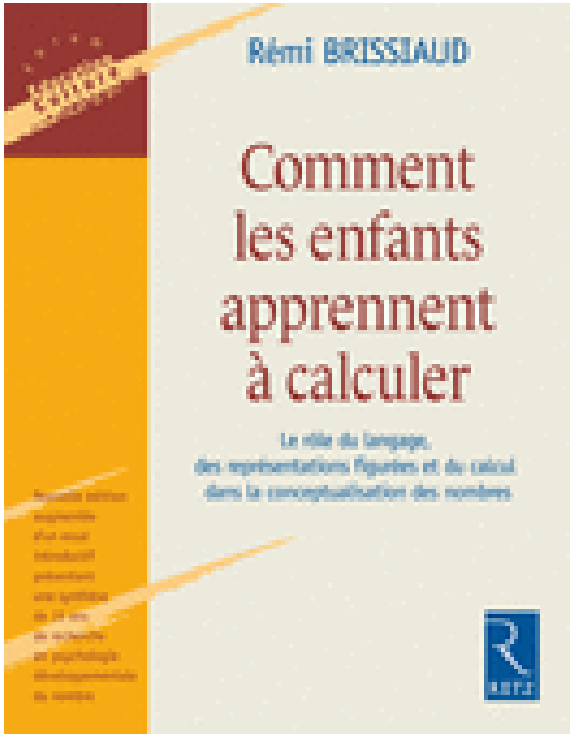
  Cette épreuve non verbale pour de petits problèmes d'ajouts et de retraits sur les trois premiers nombres est réussie, quelque soit le milieu socio-culturel.

  La même épreuve, mais verbale cette fois, est moins bien réussie.

  En effet, si on interroge : "combien y a t il d'objets maintenant", les performances chutent.

- **Pour Michel FAYOL: le code verbal est difficile car quand on dit un nombre il n'y a pas de correspondance avec la quantité. Chaque fois qu'on utilise le langage il y a une chute des compétences surtout pour les élèves de milieux défavorisés.**

  Chez le tout petit, la dimension verbale n'est pas forcément la plus efficace. Il vaut mieux utiliser les codes analogiques en PS et MS (bouliers, doigts) qui augmentent en même temps que la quantité.



7.

Des situations pour apprendre

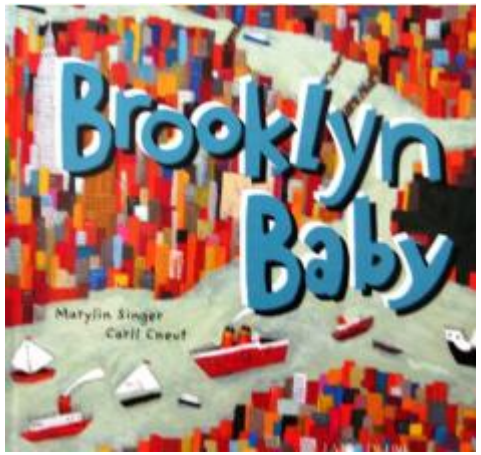
a) Apprivoiser les mots nombres

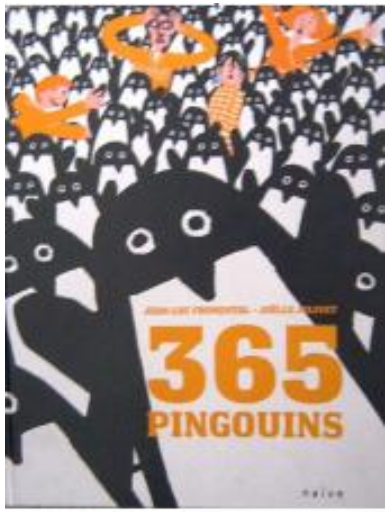
Parler les nombres de manière quotidienne joue un rôle crucial

- **Souvent hors de l'école: l'âge, les numéros de téléphone, les mots nombres entendus à la télévision…**

- **A l'école: les rituels (comptage des présents, la date, les comptines…)**

- **les albums**





b) Connaître la file numérique

Les comptines pour structurer la chaîne orale

- (suite dite d'un seul jet)

1,2,3,4,5,6,7 Violette Violette
1,2,3,4,5,6,7 Violette à bicyclette

- (nombre séparé par un mot)

Une pierre, deux pierres, trois pierres, quatre pierres Saint-Pierre!
Un clou, deux clous, trois clous, quatre clous Saint-Cloud!

- La suite des nombres apparaît fractionnée

Un, deux, trois
Dans sa hotte en bois
Quatre, cinq, six
Il y a des surprises
Sept huit, neuf,
Des joujoux tout neufs
Dix, onze, douze,
Du bonheur pour tous!

- **Aspect ordinal du nombre**

Quand trois poules vont aux champs,
La première va devant,
La deuxième suit la première
La troisième est la dernière
Quand trois poules vont aux champs
La première va devant.

- Les comptines posent des petits problèmes

Dans le pré, il y a une vache
qui donne du lait.
- Combien de litres en voulez-vous? 5
1, 2, 3, 4, 5

Petit oiseau qui vient de la mer, combien de plumes peux-tu porter? 6
1, 2, 3, 4, 5, 6

L'acquisition de la comptine

Quelques étapes

Acquisition entre 2 et 6 ans
Grande variabilité selon les enfants
(donc valeurs moyennes)

- 4 ans et demi : jusqu'à *seize* *(apprentissage par cœur)*
- 5 ans et demi : jusqu'à *quarante* *(appui sur des régularités)*

Mais savoir réciter n'est
ni connaître complètement
ni savoir utiliser

Evaluer la connaissance de la suite numérique

Les indicateurs

- Réciter la comptine dans l'ordre
  - jusqu'à un nombre donné
  - en intercalant des mots
  - en intercalant des groupes de mots et des phrases

- Réciter la comptine en partant d'un nombre autre que 1

- Réciter la comptine jusqu'à un nombre donné par le maître

- Réciter la suite des nombres de 2 en 2

- Réciter la suite des nombres à rebours

- Relever les erreurs récurrentes, les omissions

Exercice 1 :

Ecoute d’enregistrements et analyse des erreurs

Méconnaissance de la comptine numérique :

- Enregistrement 1 : Noah ne maîtrise pas la comptine mais comprend que le dernier mot compté est la quantité.
- Enregistrement 2 : l'enfant ne maîtrise pas la comptine et ne comprend le nombre que comme désignant une quantité. Il s'agit de mots nombres : il y a six Trois.

Le sens du nombre pose problème:

- Enregistrement 3 : parfaite maîtrise de la comptine. L'enfant identifie les objets : le un, le deux etc. le nombre n'est pas une quantité.
- Enregistrement 4 : l'enfant connaît la comptine mais ne quantifie pas. Il donne un autre chiffre : le suivant.
- Enregistrement 5 : Alexia. Compter signifie énumérer..

Les activités

- Le relais : l'enseignant commence à réciter la comptine, au moment où il s'arrête, le groupe doit continuer la récitation.

- Le tunnel : Les élèves commencent à réciter la comptine à voix haute. Au signal de l'enseignant, ils continuent à voix basse, puis reprennent à voix haute au deuxième signal.

- Le défi: l'enseignant dit un nombre. Les élèves doivent trouver celui qui vient juste après.

- La course à 100 : les élèves sont en cercle, l'un d'eux dit un nombre, son voisin donne le suivant…, celui qui se trompe est éliminé.

c) Les problèmes sur les nombres

Un problème est un prétexte pour construire des connaissances et les utiliser

C’est une situation didactique qui permet à l’élève d’enclencher un processus de construction d’un concept pour répondre à une question

8.

Quelques précisions sur les affichages en maternelle

La présence de bandes numériques collectives ou individuelles est importante.

(si la file numérique commence par 1 et non par 0, on fera plus facilement le lien entre aspect ordinal et aspect cardinal du nombre)

La bande numérique doit être affichée dans la classe : c'est un outil à faire évoluer au long de l'année : <u>à introduire au cours de Moyenne Section.</u>

Extrait du livre de Catherine Berdonneau *« Mathématiques actives pour les tout-petits » :*

« <u>Les affichages mathématiques d'utilisation quotidienne doivent être placés à un endroit facilement accessible aux enfants.</u>

A contrario, une frise numérique située au-dessus du tableau, soit à environ deux mètres du sol, est sans aucune utilité.

Quand il n'y a plus de place sur les murs, ou si certaines affiches ne sont plus d'un usage aussi fréquent, on peut les reproduire à plus petite taille et les laisser en consultation dans un classeur ou un fichier.

Comme pour les affiches, ce type d'écrit n'a d'intérêt que si l'enseignant suscite, encourage, dirige sa consultation régulière. »

a1/. Les affichages permanents : de préférence dans le coin regroupement.

-Une bande numérique horizontale, au moins jusqu'à 15 pour la SM et 31 pour la SG.

Ecrire tous les nombres de la même couleur (pas d'indice de couleur ; les enfants apprendront à se repérer uniquement à la place des chiffres).

Utiliser cette bande pour le comptage des enfants et le calendrier (SG).

-Sous la bande numérique horizontale, on peut en afficher une deuxième avec des cases vides.

Prévoir des étiquettes avec les nombres écrits en chiffres, des constellations, des doigts ou autres représentations, de la gomme fixe ou des épingles à linge.

Ces cases vides peuvent servir à y mettre le doigt lorsque l'on compte ou lorsque l'on montre un nombre, afin de ne pas le cacher.

- Une <u>bande numérique</u>
alternance avec l'autre
de temps à autre.

-La suite des nombres
tableau (<u>affichage perm</u>

(à éviter : l'affichage des

Une bande numérique verticale

1	12	23	34	45	56	67	78	89
2	13	24	35	46	57	68	79	90
3	14	25	36	47	58	69	80	91
4	15	26	37	48	59	70	81	92
5	16	27	38	49	60	71	82	93
6	17	28	39	50	61	72	83	94
7	18	29	40	51	62	73	84	95
8	19	30	41	52	63	74	85	96
9	20	31	42	53	64	75	86	97
10	21	32	43	54	65	76	87	98
11	22	33	44	55	66	77	88	99

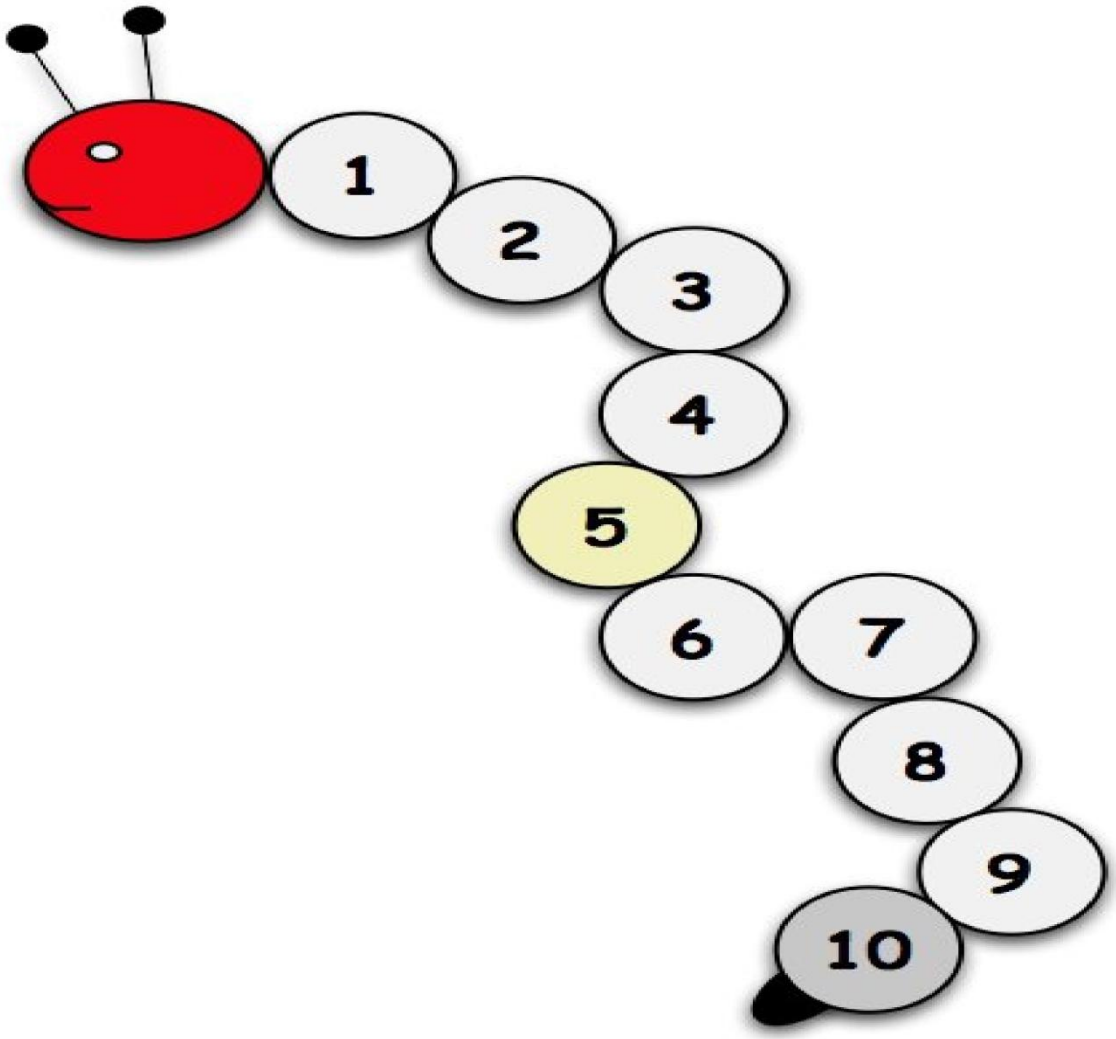
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
OCTOBRE

1 2 3 4 5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
30 31

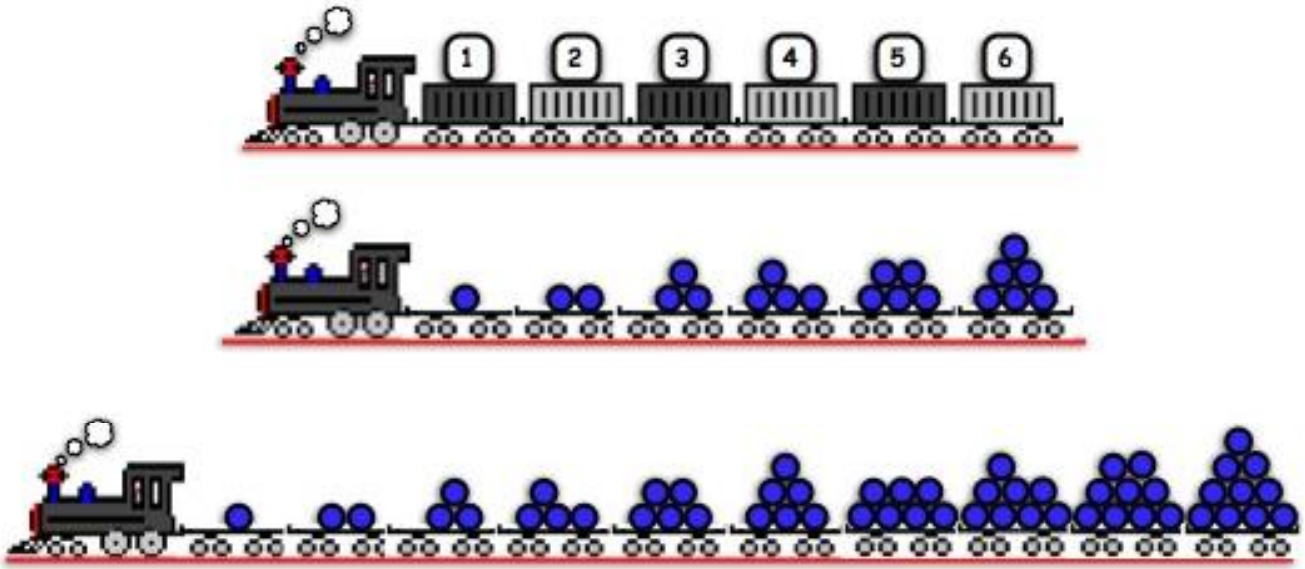
7
8
9

HUGO
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

Le dix-pattes

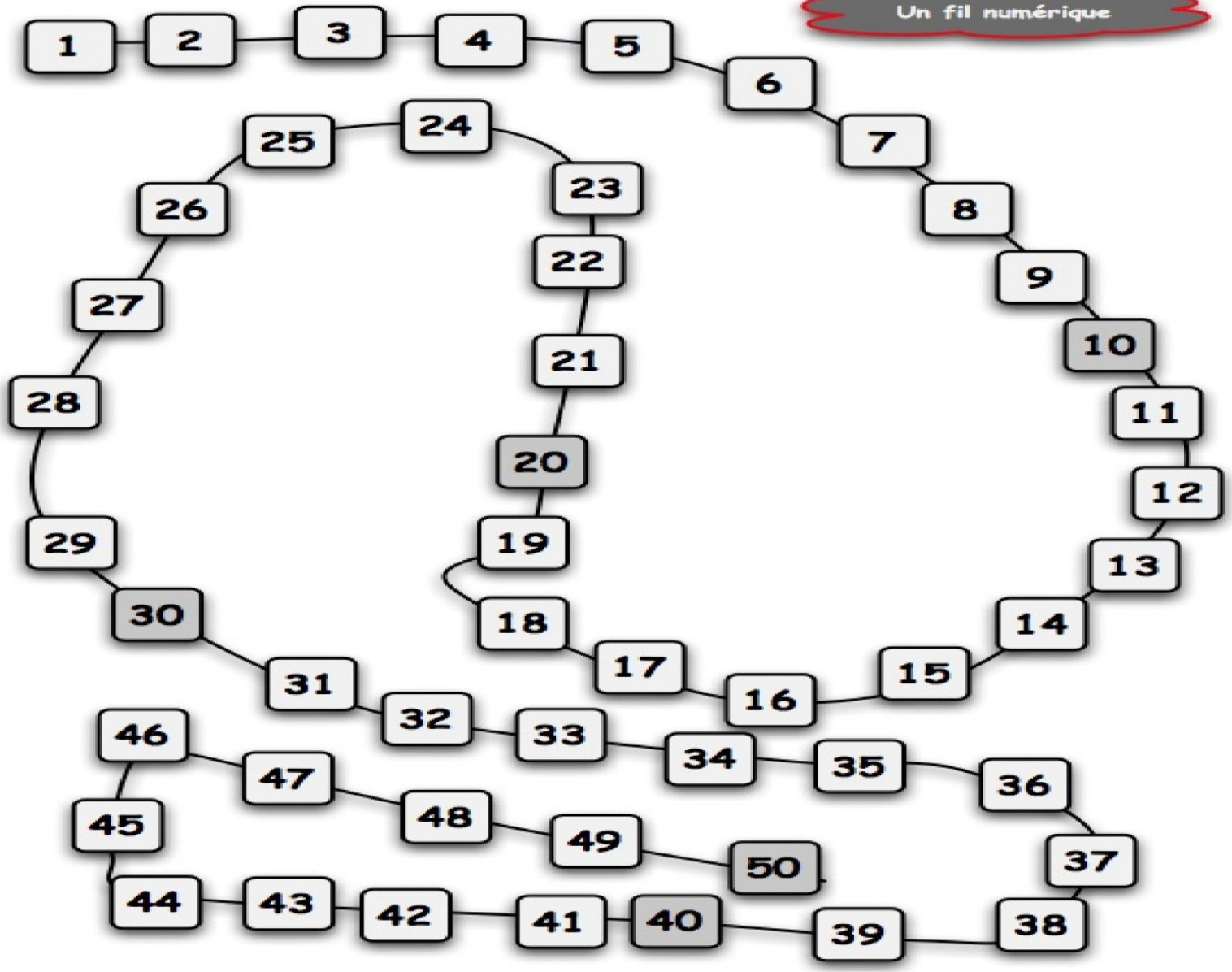


Le train des nombres



Un jeu de rangement des nombres dans l'ordre croissant

Un fil numérique



a2/. Les affichages momentanés

- Affiche de constellations type domino (ou des constellations du dé en utilisant une décomposition pour 7, 8, 9, sans privilégier la décomposition par rapport à 5). Les accompagner de la représentation par les doigts (dessins où les doigts baissés sont bien visibles) et de l'écriture en chiffres *(F. Aberkane).*

- En GS, ajouter à ces représentations l'écriture des nombres en toutes lettres (scripte ou imprimerie et/ou cursive).

- Afficher les nombres écrits en spirale (en GS) de temps en temps. (= spirale numérique *pour F. Aberkane).*

-Un panneau avec des chiffres rugueux.

- Toutes les productions d'enfants concernant les résolutions de problèmes mathématiques affichées momentanément, puis mises dans une pochette ou dans un classeur pour servir de mémoire de classe *(F. Aberkane).*

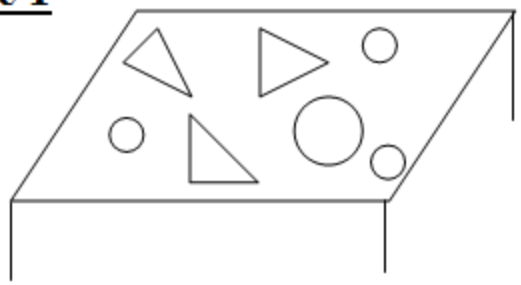
- Garder une mémoire d'un jeu par une affiche, des dessins, des collages. Cette trace écrite sera exploitée ultérieurement pour comparer différentes règles sur un même matériel de jeu ou pour faciliter les échanges verbaux à propos de ce jeu. Permet aussi aux enfants de jouer en autonomie, avec la règle affichée sous leurs yeux *(F. Aberkane).*

9) Exercice sur les compétences

Que l'on parte des compétences à travailler ou que l'on parte d'un jeu ou d'une activité disponible dans la salle de classe, il est souhaitable de bien cibler quelles compétences peuvent être travaillées à travers tel ou tel jeu ou telle ou telle activité.

Les pages qui suivent proposent de chercher quelles compétences, dans le domaine numérique, peuvent être associées à différentes activités (remarque : les situations fictives proposées ont été conçues uniquement pour illustrer la question qui est posée dans ce paragraphe et non pour être proposées telles quelles en classe).

Exercice 1

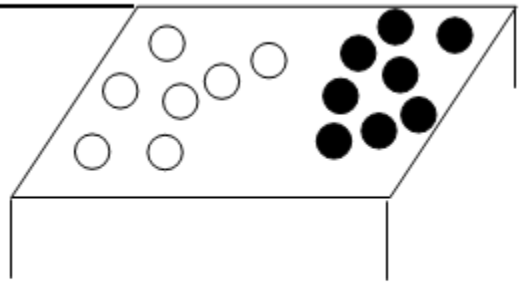


Combien de ronds ?

Savoir dénombrer

(les éléments d'une sous-collection)

Exercice 2



Y a-t-il plus de jetons blancs ou plus de jetons noirs ?

Savoir comparer deux collections

en les mettant en correspondance
ou
« en utilisant les nombres »

Exercice 3

Va chercher 3 pinceaux

Savoir construire une collection ayant un nombre donné d'éléments

Exercice 4

1	2	3	4	5	6	7	8

1	2		4	5	6		8

Ecris les nombres qui manquent en t'aidant du modèle

Dans cet exercice les compétences à maîtriser concernent le graphisme :

Savoir écrire le chiffre 3 et savoir écrire le chiffre 7 (en reproduisant des modèles)

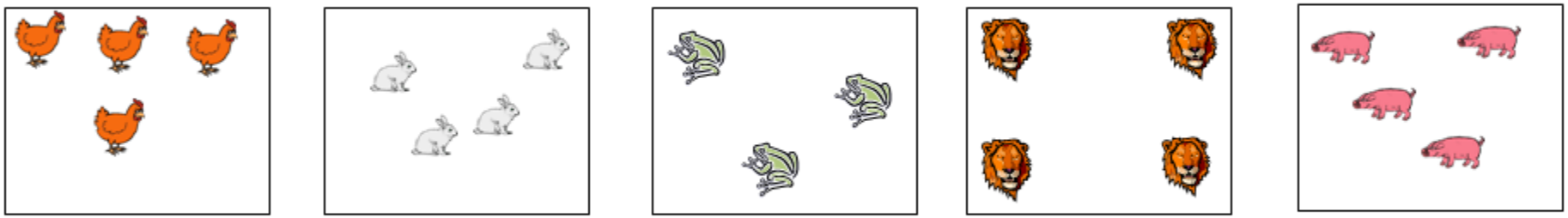
Exercice 5

1 2 4 3 5 6 8 7

Remets les jetons dans le bon ordre

Savoir lire des écritures chiffrées et connaître la file numérique

Exercice 6



Quelle carte ne va pas avec les autres ?

Savoir dénombrer (et savoir comparer des collections)

Exercice 7

Colle des gommettes sur 7 grenouilles.

Savoir construire une collection ayant un nombre donné d'éléments

Exercice 8 :

1/ Quels outils connaissez-vous pour représenter des quantités ?

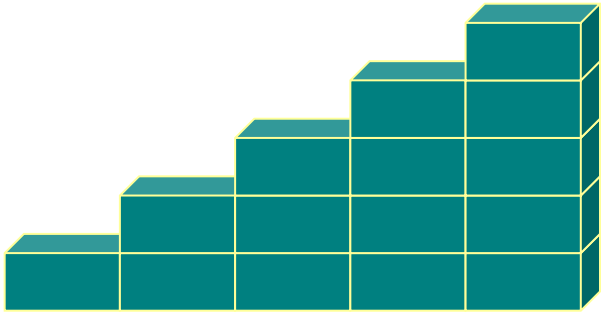
2/ Analyser ces outils par rapport aux critères suivant :

	Doigts	Dés	Cartes à points	Bande numérique
Manipulation aisée				
Type de décomposition 6+, 5+ etc.				
Permet de voir que le nombre est « un de plus que »				
Propriété du double mis en évidence				
Complément à 10				
Représentation des nombres supérieurs à 10				

récréation

L’escalier ci-dessous est construit avec 15 pavés et il a cinq marches.

Quel nombre de marches aurai-je à monter si l’escalier était construit avec 120 pavés ?



8.
Les compétences de 2008

Le nombre comme « objet »

<u>Compétence 3</u>
Mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30 ;

<u>Compétence 4</u>
Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée

Le nombre comme « outil »

Résoudre des problèmes portant sur les quantités

<u>Compétence 1</u>
Dénombrer une quantité en utilisant
la suite orale des nombres connus

<u>Compétence 2</u>
Comparer des quantités ; …

RAPPEL SUR LE DENOMBREMENT :

Plusieurs compétences à développer

- **Reconnaissance immédiate de petites quantités (subitizing)**
- **Quantités repères: constellations, doigts…**
- **Comptage un par un (5 principes importants)**
  - **Correspondance nombre /objet (principe d'adéquation unique)**
  - **Dernier nombre dit (principe cardinal: exprime toute la quantité)**
  - **Indépendance du parcours des objets (principe de non-pertinence de l'ordre)**
  - **Comptage d'objets de natures différentes (principe d'abstraction)**
  - **Chaîne numérique stable (principe d'ordre stable)**
- **Estimation**

Compétence 1: dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus.

Quelques précisions:

a) Lexique commun : pour les enseignants, pour les élèves

b) Il est souhaitable de varier les manières de répondre à la question : « Combien y a-t-il de … ?»

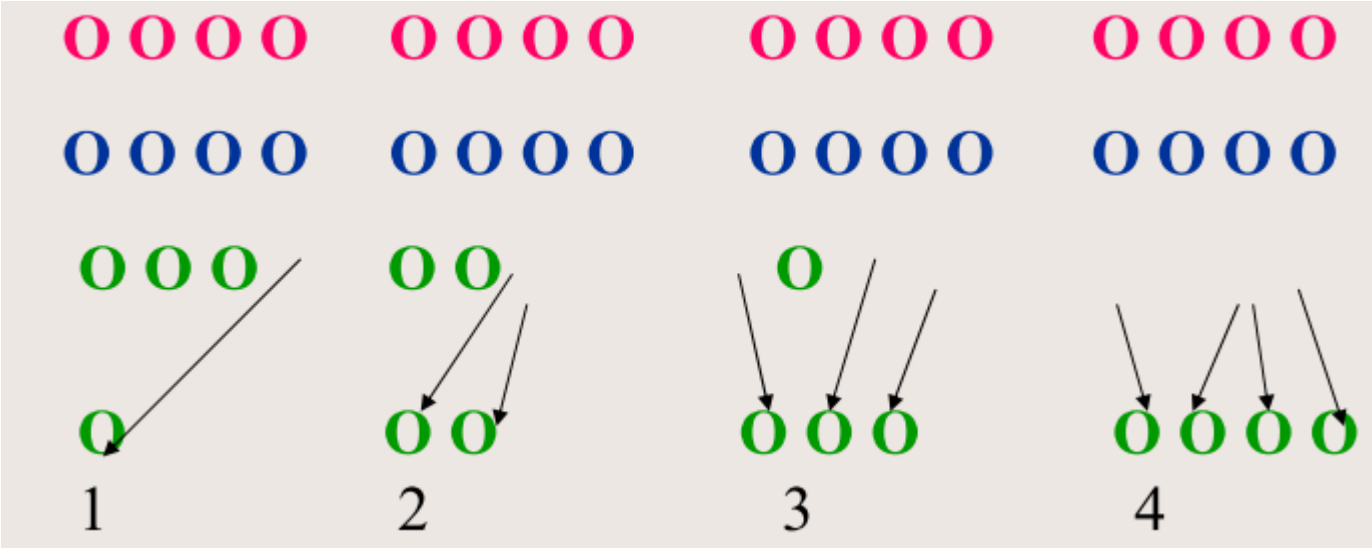
Dénombrer une quantité

On peut dénombrer par COMPTAGE ou dénombrer SANS COMPTER (reconnaissance, calcul)

Savoir à quoi correspond l'unité

- Utiliser l'énumération
- Totaliser

Énumérer des objets DEPLACABLES



Les aides possibles :

Séparation - Mise en ligne - Mise en paquets

Énumérer des objets NON DEPLACABLES

```
X X   X     X   XXX     X
    X       X
 X X  X X X     X
```

Les aides possibles:

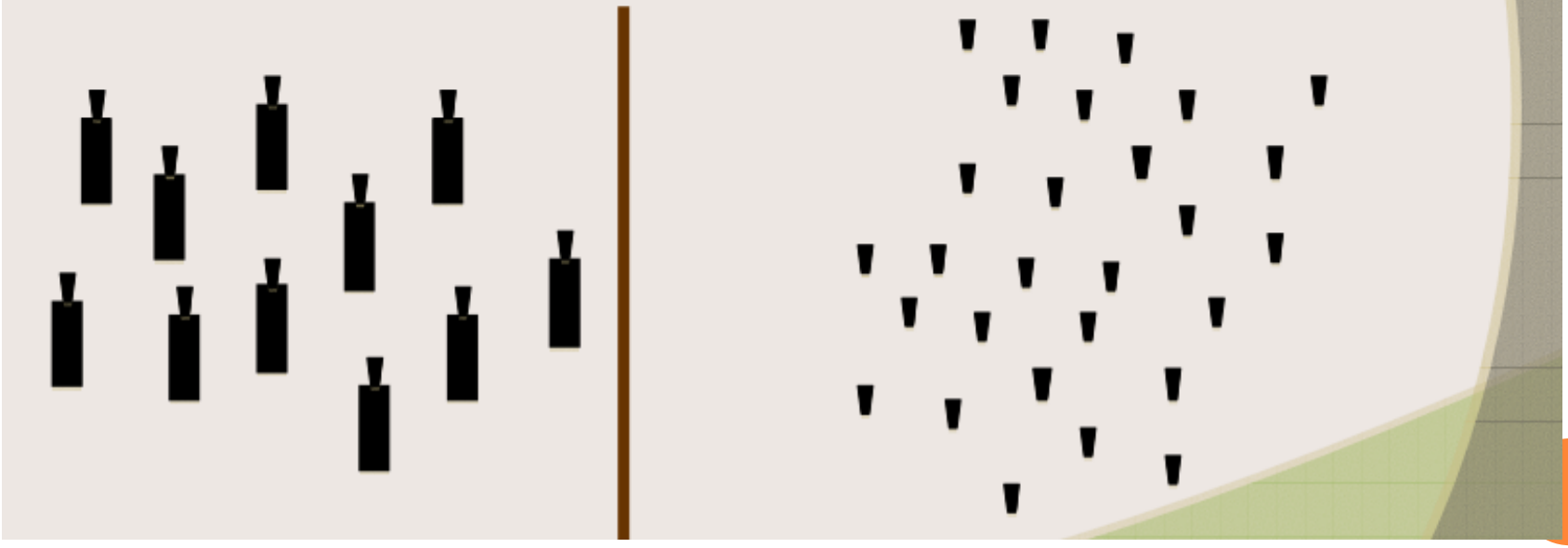
Marquage - Chemin - Lignes - Colonnes

Un exemple de situation de dénombrement

Nombres et mémoire des quantités

- Une situation "de référence”

Préparer juste ce qu'il faut de bouchons pour en avoir un pour chaque bouteille.



Les procédures :

- Dessin et dénombrement
- Recomptage mental ou aidé (doigts…)
- Surcomptage mental ou aidé (doigts…)
- Décomptage mental ou aidé (doigts…)
- Double comptage de … à …mental ou aidé (doigts…)
- Utilisation de résultats déjà connus

Quelque repères de progressivité

TPS-PS

- Idée de quantité
- Décomposer les nombres de 1 à 3
- Dénombrer jusqu'à 3 ou 4

MS

- Fonctionnement du dénombrement
- Décomposer les nombres de 1 à 5
- Dénombrer jusqu'à 6 ou 8

GS

- Le nombre : outil de contrôle des quantités
- Décomposer jusqu'à10 (avec le repère à 5)
- Dénombrer jusqu'à 15

Compétence 2: Comparer des collections en utilisant des procédures non-numériques

-par estimation visuelle

-par empilement, juxtaposition, superposition, …

Comprendre et utiliser :

TPS-PS	MS-GS
« beaucoup »,	*« plus que »,*
« pas beaucoup »,	*« moins que »,*
« un peu »	*« autant que»*
« pareil », « pas pareil »	

Progressivité des apprentissages

PS	MS	GS
Compétences		
Comparer par estimation visuelle. - Comparer par correspondance terme à terme (petites quantités jusqu'à 3). - Utiliser à bon escient un vocabulaire adapté aux quantités : « un peu/ beaucoup », « assez/pas assez », trop	Comparer par correspondance terme à terme. - Comparer en dénombrant jusqu'à 5 - Comparer des nombres entre eux - Distinguer « pareil que » de « moins que » ou « plus que »	Comparer par correspondance terme à terme. Comparer en dénombrant jusqu'à 10. Comparer des nombres entre eux. Distinguer « pareil que » de « moins que » ou « plus que ». Exprimer par le vocabulaire adapté, le résultat de la comparaison : ➢ moins que ➢ autant que ➢ plus que

Des activités

-**Réaliser une collection ayant le même nombre d'éléments qu'une collection donnée,**

-**Compléter une collection pour qu'elle ait le même nombre d'éléments qu'une collection donnée,**

- Comparer des collections en utilisant(le vocabulaire spécifique).

Compétence 3: mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30

Des exemples d'activités

- **Utiliser la suite numérique chaque fois que l'occasion se présente dans les activités et les situations de classe : les présents, les absents, les filles, les garçons, les cases sur un jeu, les goûters, les bougies sur un gâteau d'anniversaire…**

- **S'entraîner à la dire pour elle même, dans l'ordre, en grand groupe.**

FAIRE COMPTER LE PLUS LOIN POSSIBLE EN VARIANT LES FORMES

- Réciter la comptine jusqu'à un nombre donné, à partir d'un nombre donné (autre que 1)

- Enoncer le nombre qui suit ou qui précède un nombre donné

- Réciter la comptine en avançant de un en un, de deux en deux, en intercalant un mot, en reculant

- Dire un nombre fort/dire le suivant faible

- Dire un nombre/taire le suivant

- Enoncer la suite des nombres deux par deux, trois par trois (un élève dit 1,2..un autre enchaîne avec 3,4…)

LES COMPTINES NUMÉRIQUES

- Les nombres sont énumérés par ordre croissant, par ordre décroissant.

- Chaque nombre est séparé par un mot, par un groupe de mots.

- La suite des nombres est groupée, puis fractionnée par une phrase.

- Certaines comptines abordent l’aspect ordinal du nombre.

DES ALBUMS À COMPTER

- Ceux dont le cardinal augmente de 1 à chaque étape (passage au nombre suivant)

ex: Maman (Ramos) La petite chenille qui fait des trous (Eric Carl)

- Ceux dont le cardinal diminue de 1 à chaque étape (passage au nombre précédent)

ex: Dix petites chenilles se promènent (D.Tarbett)

- Ceux qui mettent en évidence les décompositions des nombres

ex: Album à calculer (Brissiaud)

- Ceux qui font apparaître l'aspect ordinal du nombre
- *ex: Le cinquième (*Norman Junge & Ernst Jandl)

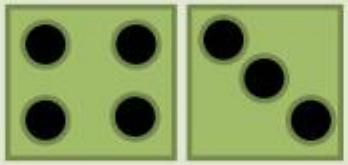
Compétence 4: associer le nom des nombres connus avec leur écriture Chiffrée

L'écriture chiffrée est une représentation du nombre.

Il y en a d'autres: varier les représentations du nombre permet de construire l'image mentale des nombres (reconnaissance perceptive globale).

Dans la vie courante, les enfants sont souvent mis en présence d'écritures chiffrées, on ne manquera pas de les utiliser (pages des livres, numéros des maisons, recettes…)

Diverses représentations des nombres

Collections-témoins		Signes et assemblage de signes	
Inorganisées	Organisées	Oraux	Écrits
	Les constellations  ou Les doigts 	Le mot-nombre [sept]	**<u>Le mot-nombre</u>** écrit avec des lettres SEPT Sept **<u>Le chiffre</u>** 7

L’écriture des nombres

- **Ce n’est pas une activité mathématique mais, l’écriture des chiffres favorise leur mise en mémoire.**

« *L’apprentissage du tracé des chiffres doit se faire avec la même rigueur que celui des lettres* » (programme 2008).

Utiliser la bande numérique.

Progressivité des apprentissages

PS	MS	GS
Compétences		
- Reconnaître diverses représentations des nombres : constellations, doigts… - Lire des nombres avec le support de la bande numérique jusqu'à 3/4	Reconnaître diverses représentations des nombres : constellations, doigts… - Relier différentes constellations d'un même nombre à l'écriture chiffrée de ce nombre. - Lire des nombres avec le support de la bande numérique jusqu'à 9	Associer un nombre à son écriture chiffrée à partir d'une collection non organisée. - Ecrire le nombre - Lire des nombres avec le support de la bande numérique jusqu'à 30. - Lire des nombres dans l'ordre dans le désordre. -Repérer des nombres sans le support de la bande numérique…

Faire des problèmes à l'école Maternelle *(ce que disent les IO)*

À la fin de l'école maternelle:

« L'enfant doit être capable de résoudre des problèmes portant sur les quantités. Les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul mais c'est le cours préparatoire qui installera le symbolisme (signes des opérations + -, signe "égal"=) et les techniques. »

Programme 2008 Découvrir le monde /approcher les quantités et les nombres

Donner du sens

« Dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but :

- ***jeux***
- ***activités de la classe***
- ***problèmes posés par l'enseignant***
  - ***de comparaison,***
  - ***d'augmentation, de diminution***
  - ***de réunion,***
  - ***de distribution,***
  - ***de partage. »***

Programme 2008 Découvrir le monde /approcher les quantités et les nombres

Etre attentif à :

- La compréhension de l'énoncé
- La diversité des représentations
- La progressivité dans l'élaboration des procédures à partir de ces représentations

Enseigner le passage de la situation à la représentation :

Assurer un enseignement explicite pour amener l'élève à dépasser le simple stade de l'action afin de s'engager dans un processus de conceptualisation.

Un exemple de situation problème

Une démarche en trois étapes pour enseigner les situations problèmes

- Etape **concrète**
- Etape **analogique**
- Etape **abstraite**

Etape concrète

Dans la salle de jeu

Impossible d'afficher l'image. Votre ordinateur manque peut-être de mémoire pour ouvrir l'image ou l'image est endommagée. Redémarrez l'ordinateur, puis ouvrez à nouveau le fichier. Si le x rouge est toujours affiché, vous devrez peut-être supprimer l'image avant de la rétablir.

Connaître son rôle

Mise en évidence des rôles de chacun

Découvrir et verbaliser la situation

Vérifier une hypothèse

Les élèves changent de rôle

Etape analogique

Découverte de la maquette

Des situations analogues de calculs

Le temps de la vérification

Etape abstraite

Extrait du déroulé de la séquence de l'enseignante :

Contextualisation :

« J'ai emmené quelques photos pour nous souvenir de ce que nous avons fait avant. »

→ reprise rapide des étapes dans la salle de jeu, puis commentaire de quelques photos prises avec la maquette.

Un défi contextualisé

Extrait du déroulé de la séquence de l'enseignante :

« Aujourd'hui, après tous ces jeux en salle de jeu puis avec la maquette, j'ai envie de vous lancer un défi ; vous allez essayer de trouver la réponse à un problème, mais sans utiliser la maquette. »

Extrait du déroulé de la séquence de l'enseignante :

« Dans le coin langage, j'ai disposé à différents endroits des jetons, des frises des nombres, des feuilles et des crayons et des boîtes à compter. Vous pourrez les utiliser pour répondre au problème : soit un seul outil, soit plusieurs. Je passerai auprès de chacun pour vous demander la réponse et comment vous avez fait pour trouver. Vous expliquerez aux copains à la fin des recherches. »

Extrait du déroulé de la séquence de l'enseignante :

« Voici mon problème :
Michèle a emmené 10 moyens dans le dortoir. Les 10 moyens dormaient quand elle est revenue en classe. Mais en allant les réveiller un peu plus tard, elle a vu 7 enfants dans la salle de jeu. Elle se demande combien sont restés dans le dortoir. Aidons-la à trouver la solution. »

10.

Les dialogues fondamentaux en petite section et au début de moyenne section.

a/ « Donne moi deux jetons; comme ça, un et encore un » en montrant deux doigts

Du matériel à dénombrer est sur la table autour de laquelle les enfants sont répartis : il peut s 'agir de jetons, de cubes… Il est important que les enfants connaissent bien le nom des objets.
On peut d'ailleurs leur rappeler au début de l'activité : « Comment s'appellent ces objets ? »

L'adulte montre alors deux doigts (l'index et le majeur) et s'adresse à un enfant :
« Hina, donne-moi deux jetons, comme ça : un et encore un (en montrant un doigt puis l'autre), deux. »

Ainsi, l'enfant est conduit à mettre en relation ce qui lui est montré avec les doigts et ce qui lui est demandé concernant les jetons : très souvent, l'enfant donne spontanément deux jetons.

Sinon, l'adulte peut poursuivre : »Deux jetons, ça veut dire : un et encore un; regarde, je prends un jeton et encore un, ça fait deux jetons comme ça ».

L'important est que les enfants comprennent que l'expression « un et encore un » signifie l'ajout d'unités, qu'il s'agisse de doigts ou de jetons.

L’adulte peut poursuivre en interrogeant un autre enfant sur le nombre : « Donne-moi un cube, comme ça » (en montrant l’index).
On sait que l’enfant est capable de donner un cube puisqu’on l’a vérifié en début d’activité, mais dans ce cas, il s’agit , grâce à la collection-témoin de 1 doigt, d’aider les enfants à accéder à la signification de « un » lorsque celui-ci est un adjectif numéral (c’est le *one* anglais).

L’adulte peut alors poursuivre en montrant à nouveau deux doigts mais en changeant de configurations de doigts : le petit doigt et l’annulaire par exemple.
On pourrait utiliser le pouce et l’index aussi, mais il est prudent de retarder l’usage du pouce, ce doigt apparaît différent des autres.

Pour 1, il vaut mieux utilisé l’index seul, le petit doigt seul et enfin le pouce seul.

Les premiers dialogues de ce type peuvent ne concerner que les nombre 1 et 2.

Assez rapidement, il est important de s’assurer de la présence d’une ou de plusieurs sortes d’objets du type : images, billes… qui correspondent à des noms féminins.
En effet, le nombre 1 change selon le genre de l’unité utilisée : on dit « un cube » et « une image ».

Il est intéressant de modifier légèrement la consigne précédente en demandant à l’enfant : « Donne-moi un et encore un. C’est combien comme ça? » cette consigne est la même précédente à ceci près que l’adulte ne dit plus le nom du nombre. Cela incite les enfants à apprendre le nom du nombre 2 en le disant eux-mêmes.

On alternera, là encore, les doigts utilisés pour construire les collections-témoins.

b/ Comprendre les décompositions de 3

Pour introduire le nombre 3, l'adulte s'adresse à un enfant et dit : « Donne-moi comme ça de cubes : un, un et encore un. Attention, un et un et encore un, c'est un nouveau nombre : trois. » alors qu'il montre l'index, le majeur et l'annulaire.

L'autre décomposition de 3 peut être introduite à un moment où un enfant, que l'on interroge sur le nom du nombre « un, un et encore un », se trompe en proposant deux comme réponse. L'adulte peut alors dire « deux, c'est comme ça » (en montrant l'index et le majeur) et poursuivre : « moi je t'ai demandé comme ça (en levant l'annulaire); c'est deux et encore un. Comment se dit-il ce nombre ? »
L'enfant est invité à former la collection d'objets correspondante.

Là encore, les doigts utilisés peuvent être soit l'index, le majeur et l'annulaire, soit le petit doigt, l'annulaire et le majeur, soit enfin le pouce, l'index et le majeur (configuration que l'on peut choisir d'utiliser après les deux autres.

c/ « Donne-moi comme ça de jetons » en montrant la face d'un dé.

L'activité qui consiste à former une collection d' un nombre donné (entre 1 et 3) d'unités, peut être conduite alors que l'adulte montre la face d'un dé (1,2 ou 3) plutôt qu'une collection-témoin de doigt.

Il importe de noter que, comme dans le cas des doigts, l'adulte ne compte pas : il décrit les faces du dé à l'aide de décompositions. La face deux s'appelle ainsi parce qu'il y a « un point et encore un », et la face trois parce qu'il y a « un point, un et encore un » ou encore «deux points (en désignant les extrêmes) et encore un au milieu ».

Dès que les enfants réussissent cette tâche, ils peuvent utiliser un dé « reconfiguré » (sur deux faces opposées, il y a respectivement 1, 2 et 3 points) afin de jouer à l'un des jeux classiques de cumuls d'objets : chaque joueur lance alternativement le dé, prend un nombre correspondant d'objets et les stocke sur un dispositif permettant de savoir quand le cumul doit s'arrêter.

d/ « Tu me montres avec les doigts combien il y a de … ».

Ici, c'est l'adulte qui construit une collection de jetons, de cubes, d'images… et l'enfant doit montrer avec ses doigts le nombre correspondant et si possible dire le nom du nombre en produisant la phrase : « il y a n objets ».

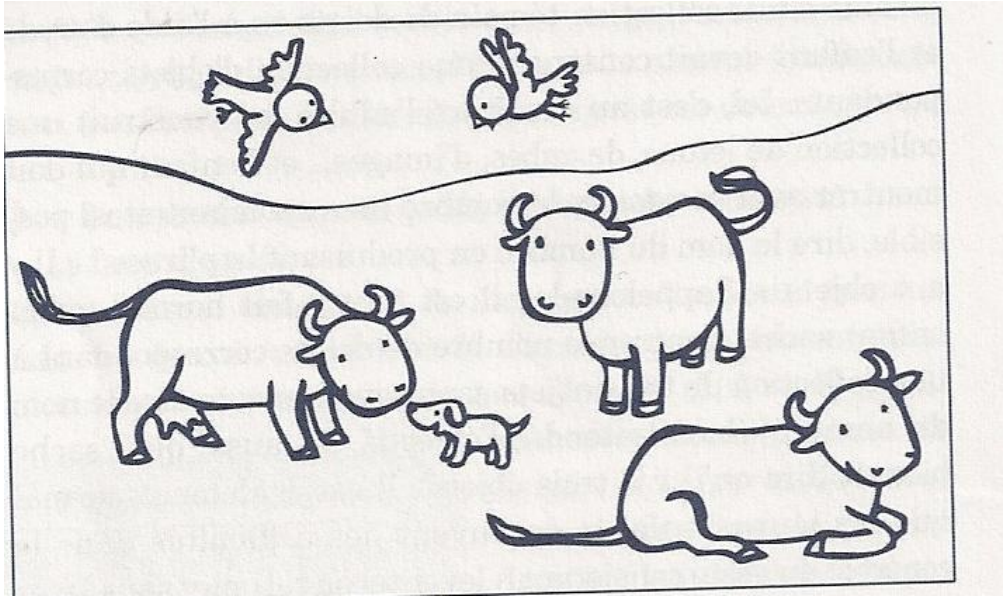
Il est tout à fait normal qu'un enfant sache montrer le nombre de doigts correspondant à une collection de trois objets sans savoir encore dire le nom du nombre.

Il est également normal que les jeunes enfants éprouvent des difficultés dans le contrôle du geste consistant à lever tel ou tel doigt sans lever tel ou tel autre.

Il est aussi souhaitable de demander aux enfants de montrer le nombre de plusieurs façons sur leurs doigts afin d'être sûr qu'ils utilisent des collections-témoins et non des configurations.

e/ « Où il y a trois ? Et deux ? Et un?».

L'enseignant a préparé diverses images qui ont toutes la propriété d'être formées à partir d'une collection de trois, d'une autre collection de deux et enfin d'une collection d'une unité.



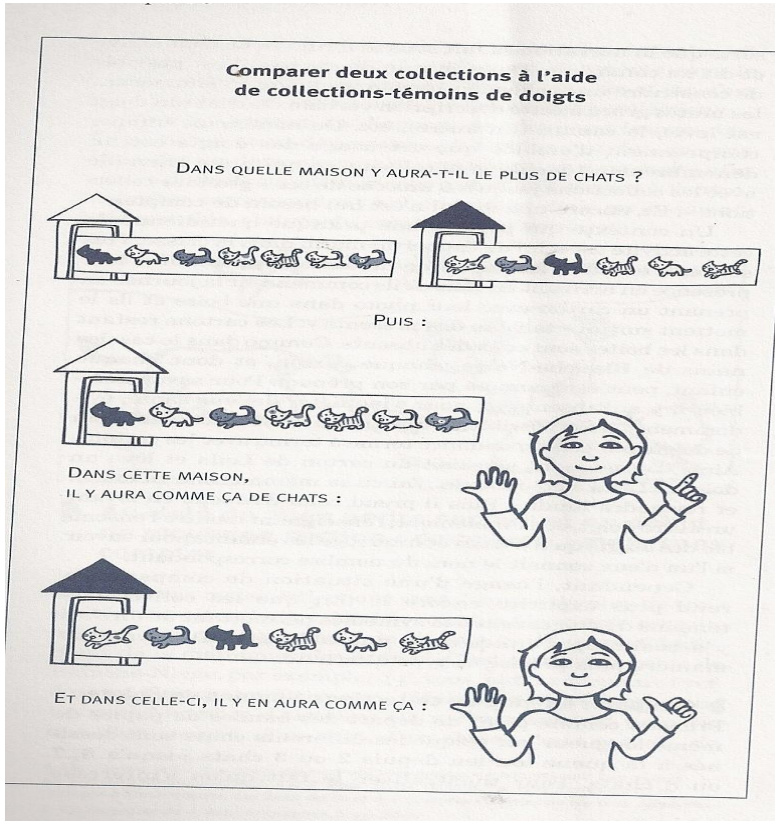
L'enseignant interroge d'abord les enfants sur ce qu'ils voient : des vaches, des oiseaux et un chien pour s'assurer qu'ils connaissent le nom des objets. Il demande ensuite (en montrant 3 doigts) : « Où y-a-t-il trois, comme ça ? »

Lorsque les enfants ont répondu, la collection des trois vaches est énumérée sous la forme « Une là, une là et encore une là; un, un et un, c'est trois. » On fait de même avec les deux autres collections.

e/ « Au-delà de 3, en petite section et en début de moyenne section : comparer…mais sans compter.

Prenons comme point de départ des bandes de papier de même longueur sur lesquelles différents chats sont dessinés à la queue leu leu depuis 2 ou 3 chats jusqu'à 6, 7 ou 8 chats. Pour théâtraliser le fait qu'on s'intéresse à l'ensemble des chats d'une même bande, on peut imaginer qu'ils rentrent dans une maison et on s'interroge pour savoir dans quelle maison il y aura le plus de chats (les très jeunes enfants disent parfois « le plus beaucoup »).

Dans certains cas, la réponse est évidente (2 chats à comparer avec 8 par exemple), dans d'autres cas, pas du tout. Il est bon de commencer par un cas évident qui aidera les enfants à comprendre la tâche.



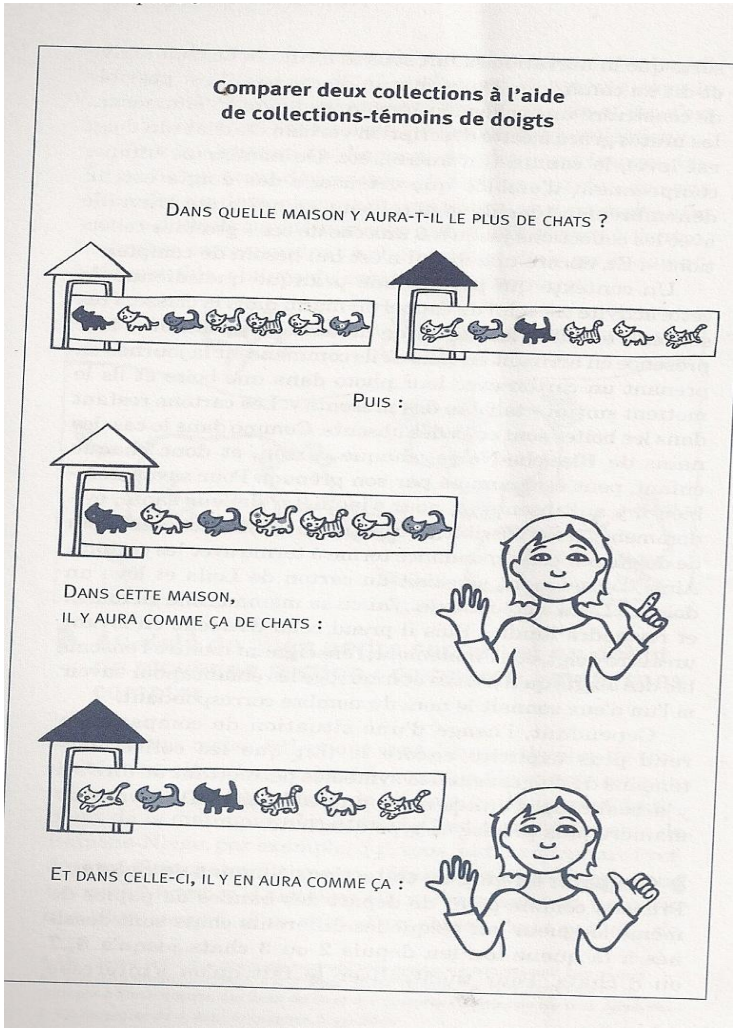
Lorsque la comparaison n’est pas évidente, l’enseignant construit une collection-témoin de doigts alors qu’il anime une énumération collective des chats qui vont rentrer dans la maison au toit blanc en les énumérant de gauche à droite et en indiquant à chaque fois une caractéristique physique du chat qu’il est en train de prendre en compte : couleur globale, couleur de la tête…

Il est intéressant ici que la collection-témoin de doigt commence par le pouce et que la première main soit vue de dos pour les enfants afin qu’ils voient les doigts se lever successivement de leur gauche vers leur droite.

L’enseignant dit par exemple : « Un chat noir (le pouce est levé), un chat blanc (l’index est levé), un chat gris (le majeur est levé)… Un enfant peut pointer (sans compter évidemment) chaque chat que l’enseignant est en train de prendre en compte.

Finalement, le geste se termine en montrant une collection-témoin de doigts. L’enseignant montrant sept doigts dans ce cas dit : « Il y a comme ça de chats qui vont rentrer dans la maison au toit blanc. Une main complète, cinq, et encore deux; vous vous en souviendrez ? »

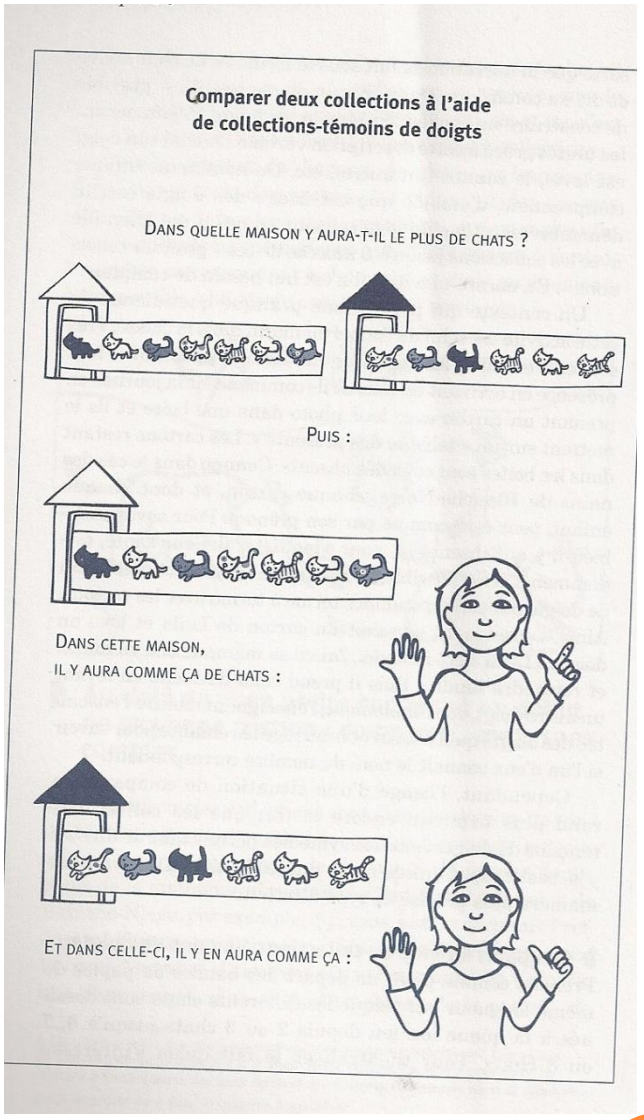
La même procédure est utilisée pour la maison au toit noir



Le cas échéant, pour favoriser la mémorisation de chacun des nombres, l'enseignant qui dispose d'images d'une personne montrant 6, 7 ou 8 doigts peut afficher celle qui convient au côté de la maison correspondante : cela facilite la comparaison parce qu'on voit les deux collections-témoins de doigts en même temps.

Il est important de lever tous les doigts d'une main avant de commencer à lever ceux de l'autre : non seulement les enfants prennent conscience que, lorsqu'il n'y a pas assez de doigts sur une main pour montrer combien il y a de chats, c'est que le nombre est grand, mais de plus, avec le fait qu'un main soit commune aux deux nombres, la comparaison ne porte que sur de tout petits nombres : pour comparer « une main et deux » et « une main et un », il suffit de comparer deux et un.

Ainsi, lorsque le total ne dépasse pas 8, on se ramène à comparer des très petits nombres, ceux dont la comparaison est facilitée par le *subitizing*.


Comparer deux collections à l'aide de collections-témoins de doigts

DANS QUELLE MAISON Y AURA-T-IL LE PLUS DE CHATS ?

PUIS :

DANS CETTE MAISON, IL Y AURA COMME ÇA DE CHATS :

ET DANS CELLE-CI, IL Y EN AURA COMME ÇA :

f/ Comprendre comment se forment les nombres… avant de connaître les noms.

Il est normal qu'aucun enfant ne sache le nom du nombre correspondant lorsque l'enseignant montre 7 doigts. Ils l'apprendront plus tard, notamment en comptant des objets parce qu'ils seront conduits à réciter la suite des mots-nombres dans l'ordre.

De façon générale, l'ordre est une mnémotechnique (technique de mémorisation) et tant que les enfants n'ont pas appris à compter, la mémorisation des noms de nombres à partir des collections-témoins qui leur correspondent est évidemment difficile.
C'est pourquoi l'enseignant doit dire lui-même le nom des nombres, en utilisant la décomposition correspondante : « Je vais vous dire comment ce nombre s'appelle : c'est sept : cinq, une main complète (en montrant les doigts correspondants) et encore deux (en montrant les doigts correspondants), c'est sept. »

En comparant des nombres à l'aide de collections-témoins de doigts, les enfants apprennent beaucoup plus que le nom des nombres : ils apprennent que le nombre suivant se forme en ajoutant une unité supplémentaire.

Cette connaissance est essentielle parce qu'elle permet aux enfants d'entrer dans un apprentissage du comptage en comprenant comment fonctionne celui-ci.

apprentissage

enseignement

savoirs et connaissances

12. Difficultés et obstacles

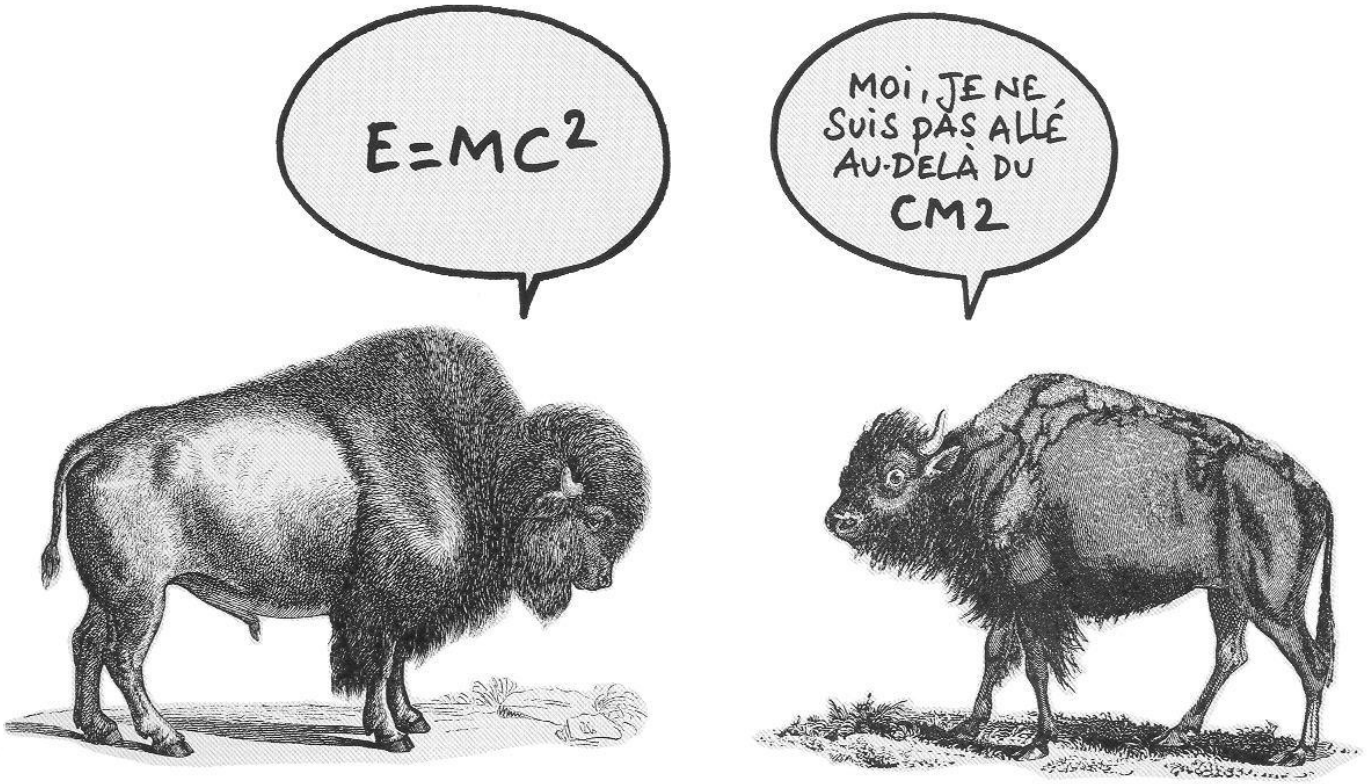
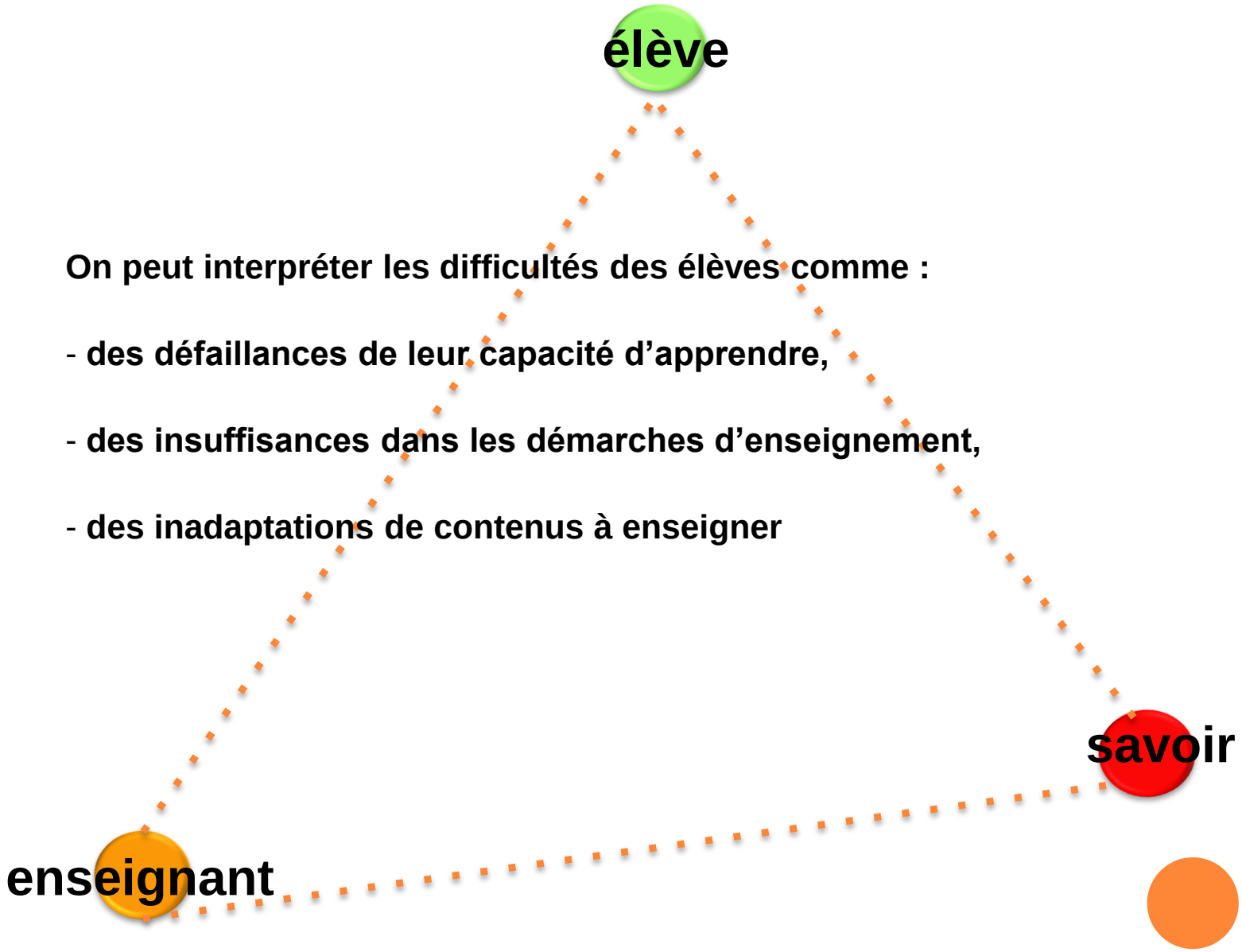


FIG. I
BISON FUTÉ
E=MC²
FIG. II
BISON PAS TRÈS FUTÉ
MOI, JE NE SUIS PAS ALLÉ AU-DELÀ DU CM2

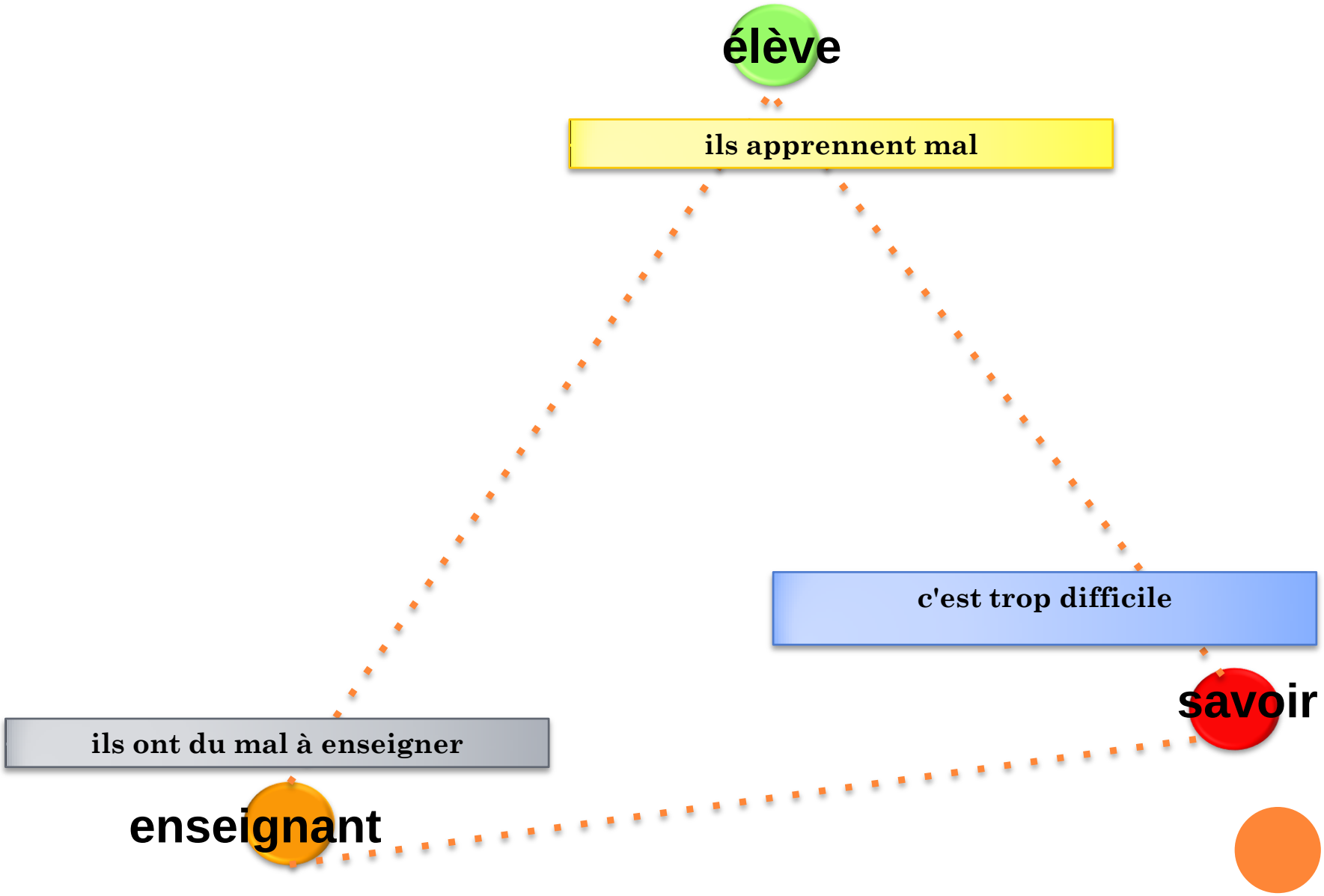


On peut interpréter les difficultés des élèves comme :

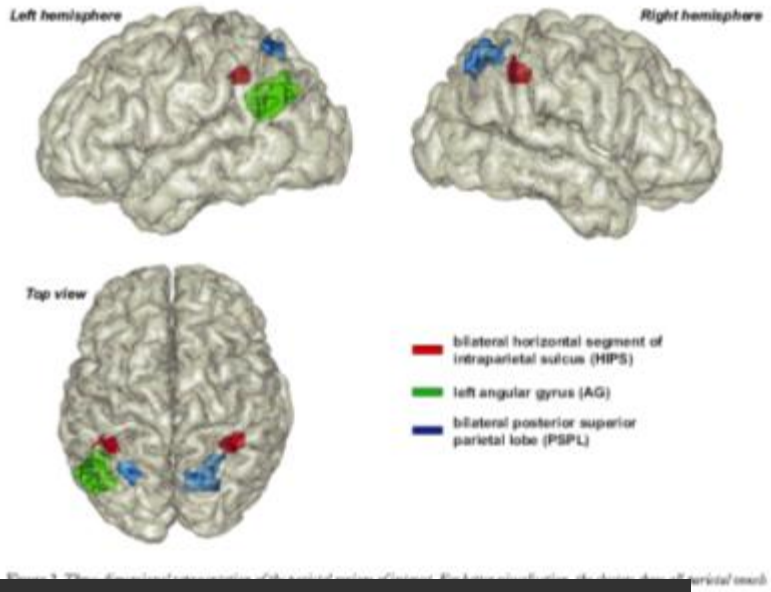
- des défaillances de leur capacité d'apprendre,

- des insuffisances dans les démarches d'enseignement,

- des inadaptations de contenus à enseigner


élève
ils apprennent mal
c'est trop difficile
savoir
ils ont du mal à enseigner
enseignant

1/ Ils apprennent mal ?



dimension neuropsychologique

Stanislas DEHAENE, novembre 2007

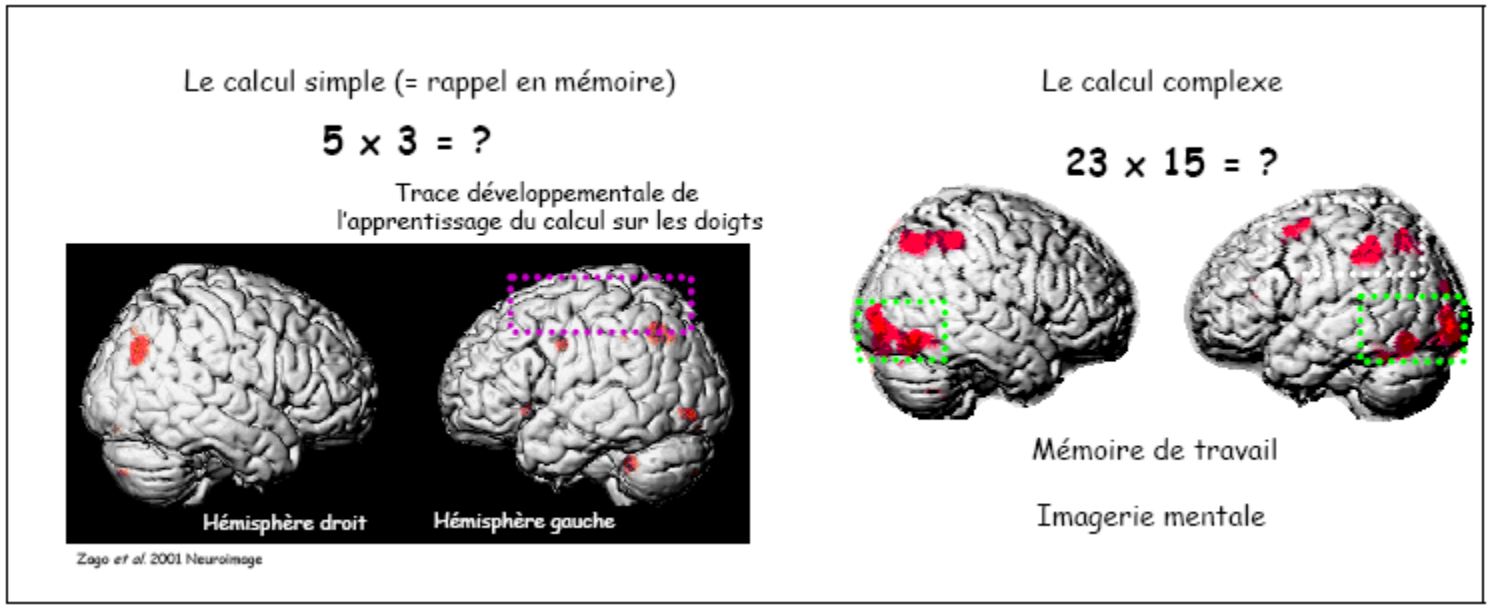
quelques applications pour l'éducation :

1. **Avant leur entrée à l'école, les jeunes enfants possèdent déjà des intuitions mathématiques profondes qui doivent être utilisées comme socle des apprentissages : utilisation des bouliers et des doigts.**
2. **Le sens du nombre précède et guide le calcul exact, mais les deux doivent être entraînés.**
3. **L'utilisation des jeux est recommandable en tant que situation d'apprentissage.**

et surtout ne pas oublier que :

l'apprentissage n'est pas un modèle générique mais spécifique

1 Les **régions cérébrales concernées** par le calcul et la manipulation des quantités ne sont pas toujours les mêmes **(le diagnostique de la dyscalculie s'en trouve compliqué).**



2 **Rôle prépondérant du langage** comme désignation dans la construction du principe de cardinalité, mais indépendance du système de construction de la numérosité.

la question de la "dyscalculie"

La dyscalculie n’est pas un concept uniforme dans la communauté scientifique, clinique ou scolaire.

Les termes *dyscalculie* ou *acalculie* sont plutôt réservés chez l’enfant à l’incapacité d’effectuer des opérations formelles (calcul), d’utiliser et d’intégrer les symboles numériques sans trouble de raisonnement associé.

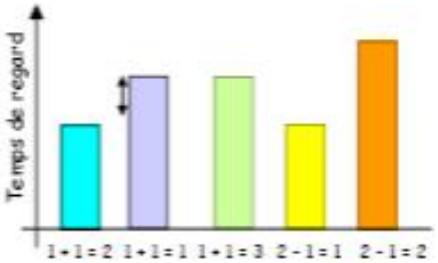
Ces troubles spécifiques isolés sont très rares et d’autres troubles y sont presque toujours associés.

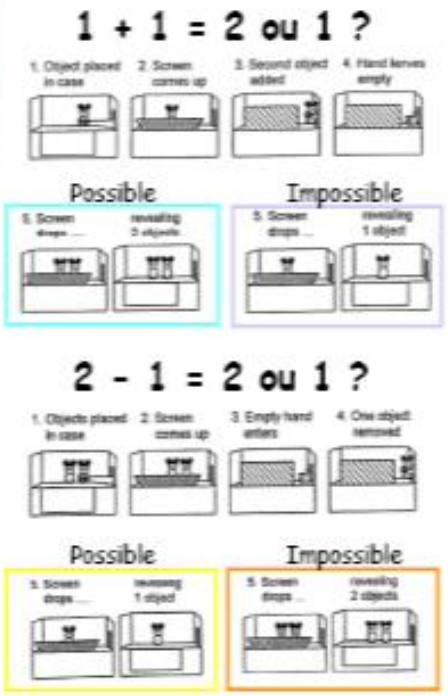
Des capacités numériques sont repérables chez le nourrisson dès l'âge de 6 mois : discrimination perceptive, addition et soustraction de petites quantités.

Des capacités que le petit d'homme partage avec ses semblables : singes, dauphins, oiseaux…

pas de quoi pavoiser !

Capacité arithmétique partagée par les grands singes et les bébés humains





Dyslexie, dysorthographie, dyscalculie
Bilan des données scientifiques - Rapport INSERM 2007

Malgré une avancée certaine des études lors des dernières années, les perturbations des mécanismes cognitifs à la base de la dyscalculie sont encore objets d'études et leur inclusion dans les définitions du trouble paraît prématurée.

Dyslexie, dysorthographie, dyscalculie
Bilan des données scientifiques - Rapport INSERM 2007

« Dans la définition de la dyscalculie, comme dans celle des autres troubles des apprentissages, une pédagogie inadaptée vaut critère d'exclusion. Or, l'apprentissage des mathématiques serait plus lié au type de pédagogie, notamment à la façon dont les concepts sont présentés, que les autres apprentissages.

Selon un certain nombre de cliniciens et chercheurs, le facteur étiologique prédominant dans le retard en mathématiques serait un enseignement insuffisant. »

Je conclurai en observant que la notion de dyscalculie a incontestablement stimulé la recherche mais ne semble pas avoir apporté, à ce jour, d'idées pédagogiques nouvelles, efficaces et spécifiques pour l'aide aux élèves présumés dyscalculiques.

La dyscalculie développementale : une notion - à tort ou à raison – délaissée par les enseignants de mathématiques, JP Fischer, 2009

Quelques stratégies pour lutter contre les symptômes de la dyscalculie (une étude américaine de 2006)

Outils d'apprentissage pour l'élève

- ✓ Permettre l'utilisation des doigts
- ✓ Permettre la multiplication des écrits de recherche
- ✓ Permettre l'utilisation de l'ordinateur pour l'entraînement et l'étude
- ✓ Suggérer l'utilisation de papiers spéciaux : millimétré, quadrillé…

Démarche et méthode de travail

- ✓ Traduire en dessin les mots d'un énoncé problématique
- ✓ Favoriser la manipulation pour expérimenter
- ✓ Utiliser des procédés mnémotechniques

Stratégies d'enseignement

- ✓ Utiliser les schémas et les graphiques pour l'explication
- ✓ Favoriser les aides possibles par des pairs
- ✓ Diversifier les techniques de communication écrite (couleurs…)

2/ C'EST TROP DUR MAÎTRESSE !

- règles du langage (spécificité du français)
- numération et compréhension des bases
- la question du zéro
- nouveaux nombres, nouvelles difficultés

dimension numérique

règles du langage

	Français	Chinois
1	un, une	yi
2	deux	er
3	trois	san
10	dix	shi
11	onze	shi yi
12	douze	shi er
13	treize	shi san
20	vingt	er shi
21	vingt et un	er shi yi
22	vingt-deux	er shi er
23	vingt-trois	er shi san

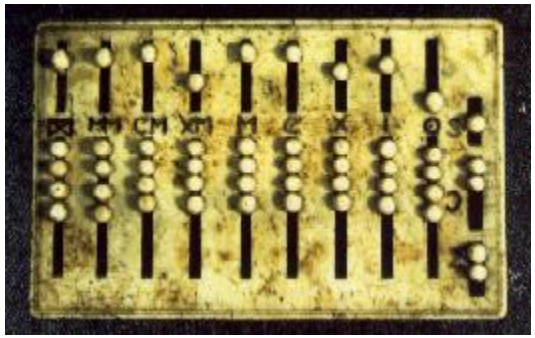
Les règles ne sont pas immuables…

- **utiliser dix-un et dix-deux**
- **utiliser le repère 5**
- **comprendre la numération avec la famille du cinquante**

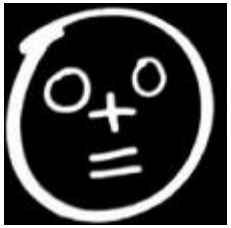
numération et compréhension des bases

Privilégier la notion d'échange en utilisant les outils adéquats.

Utiliser les opérations (addition et soustraction) pour "faire fonctionner" la numération.



la question du zéro



bref retour historique :

inventé très tôt comme chiffre… et très tard comme nombre

son statut mathématique :

en tant que chiffre il sert à désigner l'absence d'un rang dans un nombre

en tant que nombre il est indispensable pour les propriétés de nos opérations

sa place dans la classe :

il faut une étiquette zéro dans la boîte des chiffres

il est quasiment inutile dans une bande numérique

D’autres ensembles de nombres…

… où le lien avec le réel devient de moins en moins évident

Fractions :

Leur découverte arithmétique (vs calcul division)

Leurs représentations associées : grandeurs

Décimaux :

En lien avec les fractions… et pas avec les entiers

Approche de l’infiniment petit (vs infiniment grand des entiers)

3/ Ils ont du mal à enseigner ?

différenciation

adaptation

inclusion

… ils ont des circonstances atténuantes !

dimension didactique

enseigner : une démarche en quatre phases

ACTION

expériences sensibles et mentales
manipulations
connaissances en actes

FORMULATION

mettre en mots pour faire des hypothèses, des anticipations

VALIDATION

argumentation
controverse
preuve

INSTITUTIONALISATION

stabilisation du savoir
définitions

3 atouts pour mieux apprendre

des situations d'apprentissage avec :

- **du matériel pour agir,**
- **des questions à expérimenter,**
- **des situations qui ont du sens.**

→ connaissances en actes

3 atouts pour mieux apprendre

de la place pour les activités langagières :

- **mettre en mots, faire des hypothèses,**
- **anticiper les faits,**
- **échanger, argumenter, débattre.**

→ connaissances en mots

3 atouts pour mieux apprendre

s'entraîner pour :

- **"roder son moteur"** (faire et refaire)
- **travailler à son rythme, à son niveau de compétence**
- **se dépasser, aller plus loin /vs aller plus vite**

→ utilisation des connaissances

12. OUTILS D'AIDE ET RE-MÉDIATION

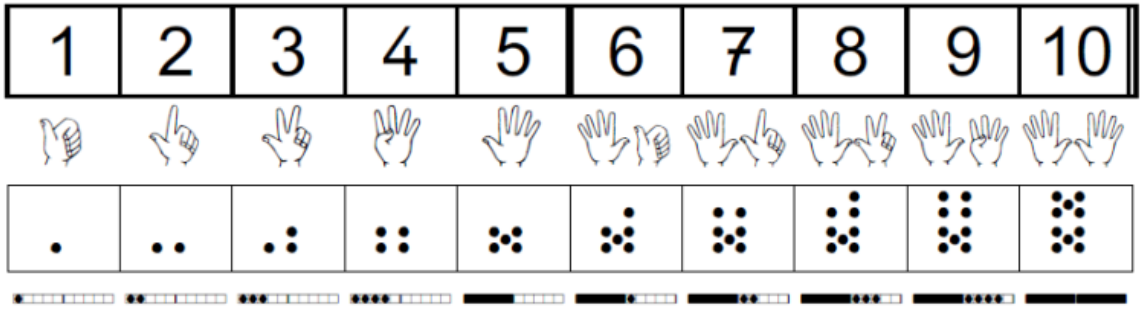
du matériel

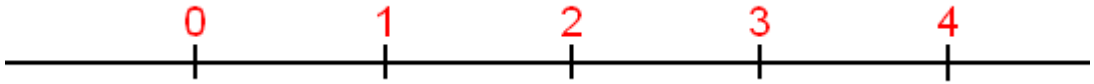
comprendre le système du groupement/échange

varier, diversifier les représentations de la suite des nombres

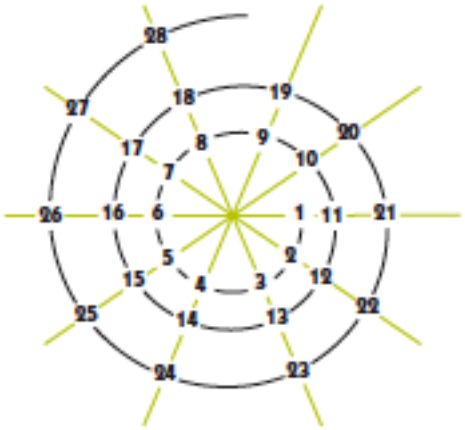
des outils

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10



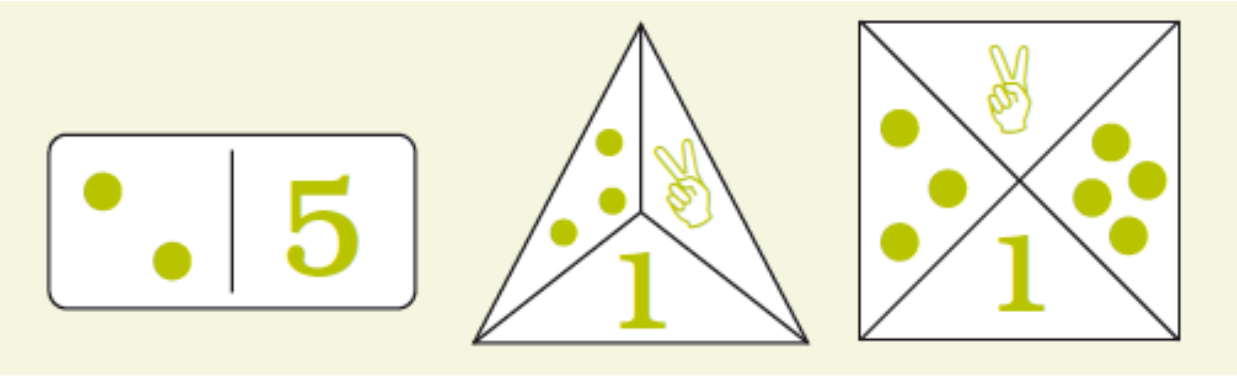


	10	20	30
1	11	21	31
2	12	22	32
3	13	23	33
4	14	24	34
5	15	25	35
6	16	26	36
7	17	27	37
8	18	28	38
9	19	29	39

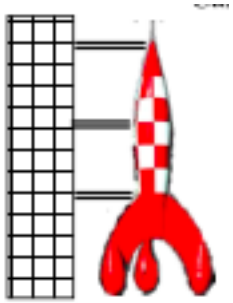


des outils

une abstraction progressive
un travail sur les relations



dominos triangles carrés

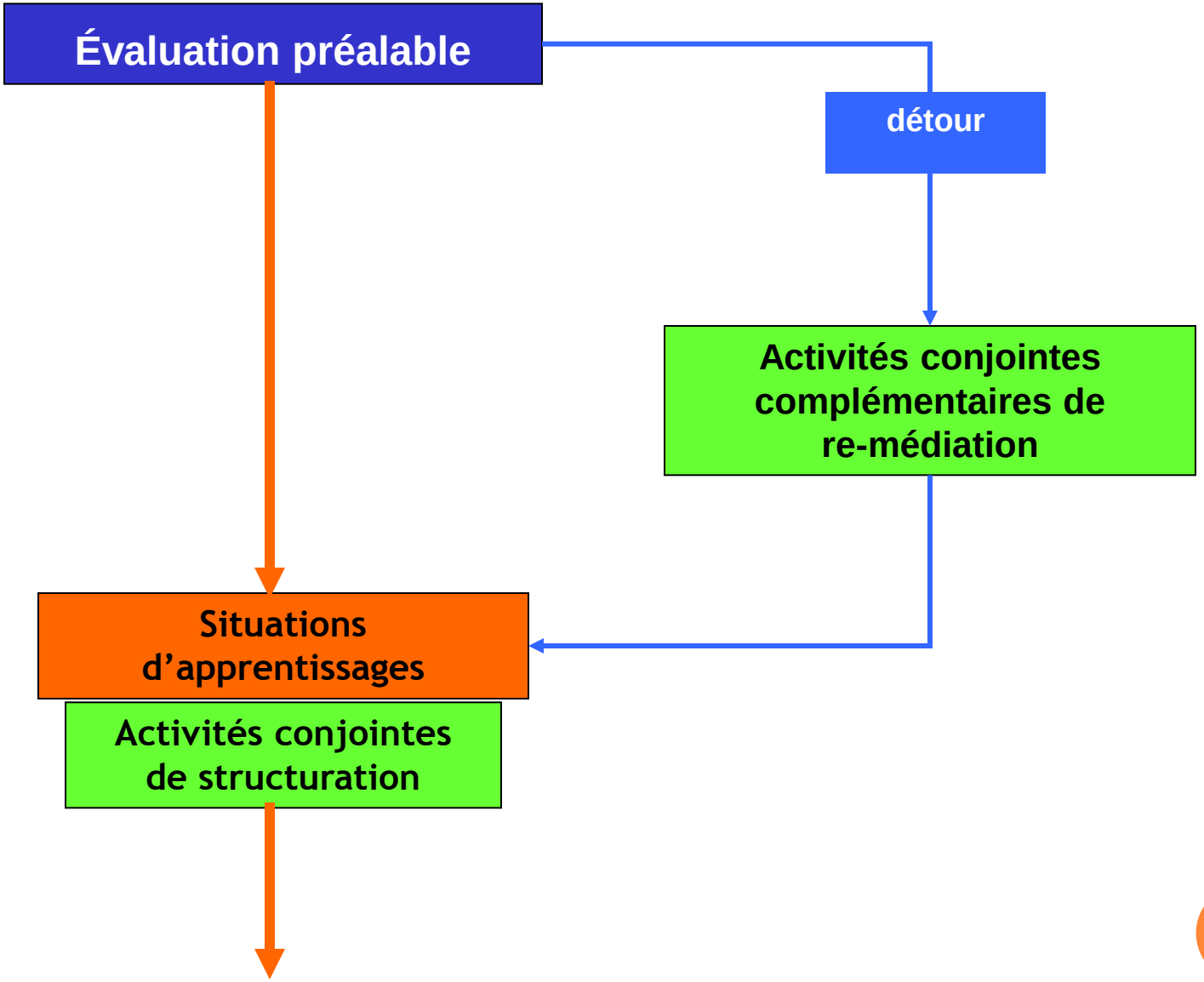


aides préventives et diagnostique fiable

étayage en situation d'apprentissage

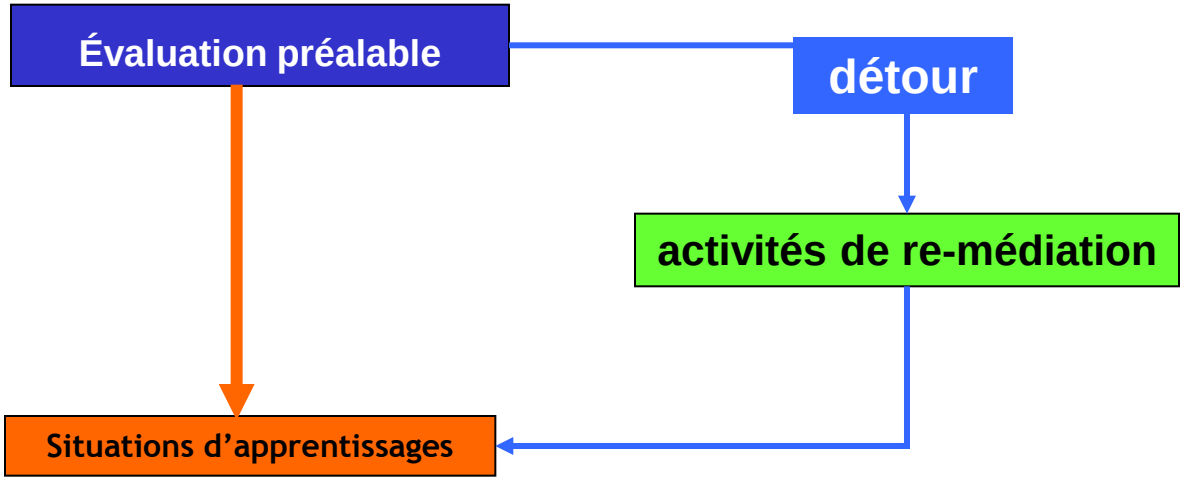
re-médiation adaptée

La re-médiation


Évaluation préalable
détour
Activités conjointes complémentaires de re-médiation
Situations d'apprentissages
Activités conjointes de structuration

Les principes du détour

- **Faire un détour prend du temps.**
- **Le détour est un autre chemin.**
- **Le détour est accompagné.**
- **Le détour ramène sur le chemin principal.**



repérer les compétences et les difficultés de chacun

Connaissance de la comptine orale

Comptine stable jusqu'à :

……

Erreurs repérées :

……

Connaissance de la comptine écrite

Erreurs repérées :

……

repérer les compétences et les difficultés de chacun

Recours au dénombrement

Dans la situation problème proposée (aller chercher des crayons pour un nombre d'élève donné) repérer si :

→L'élève a recours au dénombrement

→L'élève apporte en un voyage un lot de crayons approximatif

→L'élève apporte en un voyage tous les crayons

→L'élève tente d'organiser les collections

repérer les compétences et les difficultés de chacun

Maîtrise du dénombrement

1. "Combien de ?"
(collection d'objets réels dont le cardinal est choisit dans le domaine de connaissance de l'élève).

→L'élève à recours au dénombrement

→synchronisation des gestes et de la récitation de la comptine

→organisation du dénombrement

→maîtrise du principe de cardinalité

→L'élève a recours à une estimation

→L'élève ne réagit pas

repérer les compétences et les difficultés de chacun

Maîtrise du dénombrement

2. "Combien de ?"

(collection d'objets représentés, stylo ou crayon disponible)

- →**L'élève à recours au dénombrement**
  - >**synchronisation des gestes et de la récitation de la comptine**
  - >**organisation du dénombrement (par ajout de dessin)**
  - >**maîtrise du principe de cardinalité**
- →**L'élève a recours à une estimation**
- →**L'élève ne réagit pas**

repérer les compétences et les difficultés de chacun

Maîtrise du dénombrement

3. +n ; -n

Lors de l'ajout puis du retrait de n éléments à la collection :

- **→L'élève à recours au recomptage complet de la collection**
- **→L'élève utilise un procédé de sur-comptage**
- **→L'élève effectue une opération mentale**

repérer les compétences et les difficultés de chacun

Constitution d'une collection de cardinal donné

On demande à l'élève de prélever ("donne moi") n objets réels pris dans une collection plus grande.

→L'élève s'arrête au terme du dénombrement des n objets en déclarant qu'il a terminé

→L'élève dénombre tous les objets jusqu'à épuisement des objets (ou de ses compétences)

→L'élève s'aperçoit qu'il a oublié ce qu'on lui avait demandé

→L'élève donne un tas sans dénombrer

repérer les compétences et les difficultés de chacun

Maîtrise de l'aspect ordinal

On utilise un jeu de cartes-nombres et une piste incomplète.

→L'élève sait replacer les cartes dans l'ordre croissant

→L'élève sait placer les cartes dans l'ordre décroissant

→L'élève sait compléter la bande numérique à trous

1.1 repérer les compétences et les difficultés de chacun

Comparaison de collections

À faire avec des objets réels puis avec des objets représentés.

1. Comparaison de collections très différentes

→L'élève donne une réponse immédiate

→L'élève dénombre chaque collection

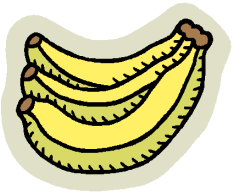
→L'élève utilise la correspondance terme à terme

2. Comparaison de collections peu différentes

→L'élève donne une réponse immédiate

→L'élève dénombre chaque collection

→L'élève utilise la correspondance terme à terme



Dans un désert de 1000 km, il faut transporter 3000 bananes avec un chameau ne pouvant porter que 1000 bananes sur son dos.

En sachant qu'il consomme 1 banane par km parcouru…

Quel est le plus grand nombre de bananes que vous pouvez ramener au bout du désert ?

13.
Lexique

- **Anticiper**

  Anticiper, c'est trouver le résultat d'une action sur une situation qui n'est pas encore réalisée. Voici un exemple qui illustre ce que signifie " anticiper avec des nombres " : Un enfant va acheter une baguette à la boulangerie. Elle coûte 1€20 et il a dans sa poche une pièce de 2€. Il a anticipé s'il sait qu'on va lui rendre 80c, s'il le sait avant même qu'on lui ait rendu la monnaie. Ses connaissances numériques lui permettent de le savoir avant même de le voir et lui donnent ainsi la possibilité de vérifier la conformité du réel à ses attentes. *(d'après l'ouvrage " Apprentissages numériques en GS " ERMEL Hatier- 1989).*

- **Cardinal**

  Le cardinal est le nombre d'éléments d'un ensemble. Deux ensembles qui ont même cardinal sont deux ensembles qui ont le même nombre d'éléments. On dit encore que les deux ensembles sont équipotents, ou en correspondance terme à terme. Quand on évoque le contexte cardinal, on se réfère aux situations où le mot-nombre quantifie une collection d'éléments, où il s'agit de répondre à la question " combien ? "

- **Champ conceptuel**

  Définition proposée par Gérard Vergnaud *(" Apprentissages et didactique. Où en est-on ? " Hachette 1994) Un champ conceptuel est un ensemble de situations dont le traitement implique des schèmes, concepts et théorèmes, en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisées pour les représenter.*

Chiffre

Un chiffre est un symbole utilisé pour écrire les nombres. Nous utilisons dix chiffres 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 pour écrire tous les nombres.

Classer, classement, classification

Classer les éléments d'un ensemble, c'est réaliser une partition de cet ensemble, c'est-à-dire fractionner cet ensemble en sous-ensembles disjoints deux à deux. Le choix d'un critère, d'une propriété va permettre de réunir certains éléments de l'ensemble initial dans un même sous-ensemble. C'est donc par une relation d'équivalence " avoir même critère que " que l'on peut effectuer un classement des éléments de l'ensemble initial.

- **Collection équipotente à une collection donnée**

  Dire qu'une collection A est équipotente à une collection B, c'est dire qu'elles ont même cardinal ou même nombre d'éléments.

- **Compter, comptage**

  D'après l'article de François Conne : " *Comptage et écriture des égalités dans les premières classes primaires " Revue Math-Ecole n°128 Avril 1987 " Un comptage s'apparente à un dénombrement parce qu'il utilise comme support des systèmes symboliques figurant des quantités. Le critère définissant un comptage sera celui de la récitation de la comptine ou d'une séquence de celle-ci, et ceci quel que soit le support figuratif utilisé (ou son image mentale : jetons, doigts, traces écrites, nombres figuratifs, bouliers, réglettes… " Selon les contextes dans lesquels on se place, " compter " peut signifier réciter la comptine ou dénombrer.*

- **Connaissances**

  Les connaissances sont les moyens transmissibles, mais non nécessairement explicitables, de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat à la différence du savoir qui est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, d'analyser et d'organiser des connaissances afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissances ou de savoirs et de la production de nouveaux savoirs.

- **Conservation de la quantité**

  Il y a conservation de la quantité quand le nombre d'objets d'une collection est indépendante de l'organisation spatiale de ses éléments, de leur nature, de leurs propriétés…Un enfant pour lequel le nombre d'éléments de la réunion des parties d'un ensemble ne correspond pas au nombre des éléments de l'ensemble n'a pas encore acquis la conservation de la quantité.

- **Contexte sémantique**

  Un énoncé de problème est caractérisé par une certaine forme mais aussi par un ensemble d'éléments qui lui donne son sens et qui nous permet d'accéder aux informations dont nous avons besoin pour construire le contenu de notre représentation, c'est ce qui détermine le contexte sémantique d'un problème.

- **Correspondance terme à terme**

  Du point de vue des mathématiques, la correspondance terme à terme est liée à la notion de bijection. On appelle bijection d'un ensemble A vers un ensemble B, une relation qui à tout élément de A associe un et un seul élément de B, et telle que tout élément de B est l'image d'un et d'un seul élément de A. La mise en correspondance terme à terme est un outil de comparaison de collections. Elle suppose initialement la mise en correspondance manipulée ou représentée de chaque élément d'une collection avec un élément et un seul de l'autre collection et ceci de manière exhaustive pour l'une des deux collections au moins. Dans le cas particulier où, après avoir appliqué cette procédure, il s'avère que chaque élément de la première collection est en correspondance avec un élément et un seul de la première, et par là même que chaque élément de la seconde est en correspondance avec un élément et un seul de la première, les deux collections ont le même nombre d'éléments (sont équipotentes ou ont le même cardinal).

- **<u>Dénombrer une collection,</u>**

  C'est utiliser la comptine numérique (la suite de mots-nombres) en associant (oralement ou mentalement) un objet nouveau à chaque mot récité. Pour dénombrer de façon opératoire, il faut :

  - - Pouvoir utiliser une suite de mots-nombres soit à la fois stable et conventionnelle,
  - - Coordonner l'énumération des objets de la collection avec celui des mots-nombres de façon à établir une correspondance terme à terme entre l'ensemble des mots-nombres et l'ensemble des objets,
  - - Avoir pris conscience qu'à la fin du dénombrement, le dernier mot-nombre prononcé correspond au nombre d'éléments de la collection,
  - - Faire abstraction de la nature et des différences éventuelles entre les objets dénombrés ainsi que de leur position spatiale.
  - - Avoir pris conscience que l'ordre dans lequel sont comptés les objets n'influe pas sur le résultat du dénombrement.

- **<u>Numération</u>**

  La numération est ce qui permet la désignation des nombres. Son étude a pour objectif la connaissance de l'ensemble des règles qui permettent d'écrire les nombres avec des chiffres ou avec des mots.

- **<u>Opérateur sémantique</u>**

  Il s'agit de mot ou d'expression verbale qui exprime la relation existante entre différentes mesures (gagner, perdre, dépenser, plus que..., moins que...).

- **Ordinal**

  De façon simplifiée, on peut dire que la notion d'ordinal est associée à l'idée d'élément d'une suite ordonnée : un nombre ordinal est une sorte de numéro, et l'ensemble des nombres ordinaux, une sorte d'index infini construit de telle façon que chaque ordinal ait un et un seul successeur, si bien que chaque élément est immédiatement situable par rapport à un autre quelconque de la suite . Quand on évoque le contexte ordinal du nombre, on se réfère aux situations où le mot-nombre décrit l'ordre d'un élément dans une collection d'éléments ordonnés, où il s'agit de répondre à la question " où ? ".

- **Quotité**

  Pierre Gréco distingue plusieurs étapes dans la construction de la conservation de la quantité : - la conservation numérique de quotité quand il s'agit de savoir répondre à la question " combien ? " - la conservation numérique de quantité quand il s'agit de savoir répondre à la question " où y a-t-il le plus de ? "

- **Ranger, rangement**

  Ranger, c'est mettre des termes les uns à la suite des autres après les avoir tous comparés deux à deux selon une loi déterminée. Ranger les éléments d'un ensemble, c'est établir une correspondance terme à terme avec les éléments ordonnés de la suite numérique : 1, 2, 3, 4, ...n,...

- **Sérier, sériation**

  Sérier, c'est mettre les termes les uns à la suite des autres selon une loi déterminée. De façon générale, dans une sériation, chaque terme est surtout envisagé par rapport au précédent et par rapport au suivant dans deux actions consécutives et indépendantes. Par exemple, les jeux à une différence conduisent à sérier un ensemble d'objets. Le rangement est une action plus complexe et donc plus contraignante que la sériation, dans la mesure où il est nécessaire de comparer chaque objet à tous les autres et non pas seulement, comme dans la sériation, à quelques d'entre eux. Par exemple, un enfant qui, ayant des tiges de différentes longueurs, cherche la plus grande de toutes, puis la plus grande de celles qui restent et continue de même, effectue un rangement. L'enfant qui met simplement à chaque fois une tige plus courte que la précédente ne réalise qu'une sériation.

- **Surcompter, surcomptage**

  Quand il s'agit d'ajouter deux quantités, on peut garder en mémoire la première quantité comme si elle avait été déjà dénombrée, et continuer à réciter la suite numérique en pointant les objets de la deuxième (effectivement ou mentalement) : je dois ajouter 5 et 3. Pour cela je garde " 5 " en mémoire et je récite la comptine numérique à partir de 5 en énonçant seulement les trois mots-nombres qui suivent : " 6, 7, 8 ".

- **Trier, tri**

  Trier les éléments d'un ensemble selon un critère, c'est constituer deux sous-ensembles : selon qu'un élément possède ou non le critère déterminé, il sera dans le premier ou le second sous-ensemble.

Ce diaporama est tiré de documents de :

- **D. Pernoux, formatrice à l'IUFM d'Alsace (à partir de son diaporama)**
- **M. Bourguet, ancien formateur à l'IUFM de la Polynésie française**
- **T. Delmas, formateur à l'IUFM de Montpellier (à partir de son diaporama)**
- **Christèle BARLEON- IEN chargée de l'enseignement préélémentaire pour le Haut-Rhin (à partir de son diaporama)**
- **Cours de PE2 de l'IUFM de Créteil**
- **Rémi Brissiaud, Maître de Conférence de Psychologie cognitive à l'IUFM de Versailles**
- **Dominique Valentin**
- **Roland Charnay**
- **ERMEL, apprentissages numériques, Ed. Hatier**
- **Catherine Berdonneau *« Mathématiques actives pour les tout-petits »***
- **F. C. Aberkane « *Enseigner les mathématiques à la maternelle***
- ***Stella Baruk « Comptes pour petits et grands »***
- **http://maths.creteil.iufm.fr/Premier_degre/lexique.htm**

Bibliographie autour de la construction du nombre

- Comptes pour petits et grands (Baruk, Magnard, guide pratique)
- L'enfant et le nombre (M. Fayol - Delachaux et Niestlé - 1990)
- Partager, c'est compter (O.Frydman - La Recherche - n°215 - 1989)
- Le développement du concept de nombre chez le jeune enfant (M-P Chichignoud - Revue Grand N n° 36, IREM de Grenoble)
- Comment les enfants apprennent à calculer (R. Brissiaud - Retz)
- Calcul ou comptage ? Calcul et comptage (R.Charnay - Revue Grand N n°50)
- Apprentissages numériques en grande section (ERMEL - Hatier 1990)
- Apprentissage numérique au CP (ERMEL - Hatier 1991)
- Compte sur moi (Magnard 2001, CP et CE1)
- Activités de partage en maternelle (Revue Grand N n°33)
- "Jeux numériques et élaboration de règles à l'école maternelle" et "Jeu du loup et de l'escargot" (Revue Grand N n°46)
- Deux oiseaux dans chaque nid (GS - Revue Grand N n° 48)
- Du rite de l'appel... à des activités mathématiques en grande section d'école maternelle (Revue Grand N n°51)
- Livres à compter (Revue Grand N n° 52)
- La préparation des ateliers "jeux de société" en grande section (revue Grand n°55)

David Rolland, IUFM de la Polynésie française