EXERCICE 1

1) Théorème de Pythagore : $PR^2 + PQ^2 = QR^2$ donc $PQ^2 = 3,4^2 - 1,6^2 = 9$ donc PQ = 3 cm.

0,5 pt

2) Par exemple, résolution par addition :

$$2a = 40$$
 donc $a = 20$ puis $b = 16$.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 36 \times 4$$
 donc $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{36 \times 4} = 6 \times 2 = 12$

En tenant compte des résultats précédents on en conclut :

dans le triangle ABC rectangle en A : AB = 12 cm, BC = 20 cm et AC = 16 cm.

1 pt

3)

$$a. 144 = 1 \times 144 = 2 \times 72 = 3 \times 48 = 4 \times 36 = 6 \times 24 = 8 \times 18 = 9 \times 16 = 12 \times 12$$

b.
$$a+b=72$$
 et $a-b=2$ donne $a=37$ et $b=35$

$$a + b = 36$$
 et $a - b = 4$ donne $a = 20$ et $b = 16$

$$a + b = 24$$
 et $a - b = 6$ donne $a = 15$ et $b = 9$

$$a + b = 18$$
 et $a - b = 8$ donne $a = 13$ et $b = 5$

2,5 pts

Question complémentaire

A) Première situation

- Ce problème appartient à la catégorie des problèmes pour chercher ou problèmes de recherche.
 Le modèle expert de résolution de la situation est un système de deux équations à deux inconnues qui ne relève pas de l'école primaire. La résolution fera donc appel à des démarches personnelles : il va falloir gérer des essais et organiser la recherche pour aboutir.
 0,5 pt
- 2) Parmi les compétences que les élèves travaillent dans ce problème, on peut citer :
 - chercher et produire une solution originale
 - mettre en œuvre un raisonnement
 - résoudre un problème en utilisant des connaissances sur les nombres naturels. 0,5 pt

Les difficultés	Les aides possibles
La compréhension des termes « somme » et « différence »	L'enseignant fait faire un rappel en classe de la signification de ces termes, en les exemplifiant
Les élèves ont trouvé une solution en n'ayant géré qu'une seule contrainte (soit la somme, soit la différence) ; problème de la compréhension de « et »	L'enseignant demande aux élèves de valider ou d'invalider leur réponse et de justifier.
Manque d'organisation dans la recherche	L'enseignant peut proposer un tableau dans lequel apparaîtraient les nombres essayés, leur somme et leur différence. Recours éventuel à un axe gradué pour faire apparaître la différence des nombres.

3)

B) Deuxième situation

- 1) La différence des deux nombres est plus grande, ce qui ne permet pas de se repérer avec la demi-somme.
- 2) La phase individuelle permet à chaque élève de bien s'imprégner de la situation et de commencer une recherche. La phase en groupe de deux permet de comparer, de donner des idées à ceux qui auraient des difficultés, d'échanger sur les procédures des uns et des autres.

3) Le passage par l'écrit permet d'organiser, en les fixant, les différentes phases du raisonnement et de la recherche. Elle permet, en outre, au maître, de prendre connaissance des démarches et de comprendre les éventuelles erreurs.

EXERCICE 2 (4 points)

1) Voir figure ; échelle : 1/100 000

(0,5 point)

2) Voir figure construction de E

(0,25 point)

- 3) On a, par propriété de la symétrie (isométrie), FB = FE et MB = ME Ainsi AM + MB = AM + ME > AE or AE = AF + FE = AF + FB d'où AM + ME > AF + FB(0,75 point)
- 4) Compte tenu de la question précédente, F réalise le minimum de la longueur des tuyaux d'où G = F (0,25 point)
- 5) D'après la propriété de Thalès (ou triangles homothétiques), on a : $\frac{FD}{FC} = \frac{DA}{CE}$

d'où
$$\frac{FD}{FC} = \frac{DA}{CB} = \frac{6}{4}$$
 d'où $FD = \frac{3}{2}FC$ (0,75 point)

- 6) On DF + FC = DC donc, d'après la question précédente, 1,5 FC + FC = 14 d'où 2,5 FC = 14 D'où FC = 5,6(0,5 point)
- 7) D'après le théorème de Pythagore dans le triangle CBF : $FB^2 = FC^2 + CB^2$ d'où $FB^2 = 47.36$ D'après le théorème de Pythagore dans le triangle DAF : $FA^2 = FD^2 + DB^2$ d'où $FB^2 = 106.56$ D'où la longueur minimale : AG + GB = AF + FB = $\sqrt{47.36} + \sqrt{106.56} \approx 17.205$ km (1 point)

Question complémentaire

1) a. L'élève peut procéder par essais successifs en choisissant des points P sur la droite et en mesurant la longueur AP. Il peut pour cela faire pivoter sa règle (ou une bande) autour de A pour rechercher la longueur minimale.

L'élève peut aussi utiliser une solution experte en traçant la perpendiculaire à la droite passant par A

b. Le maître souhaite faire émerger la propriété selon laquelle la plus courte distance d'un point à une droite s'obtient en traçant la perpendiculaire à la droite passant par le point.

Les principales difficultés proviennent d'imprécisions de mesurage voire d'erreur de mesurage.

(1 point)

c. La consigne évite ainsi de privilégier a priori les directions parallèles aux bords

(0,5 point)

d. L'ensemble est constitué de deux droites parallèles à la droite initiale

(0,5 point)

2) Ce support permet une recherche dynamique de solutions en affichant la longueur AP et en écartant les erreurs liées au mesurage avec la règle. On peut en outre faire varier les éléments en jeu, multipliant ainsi les situations. (1 point)

EXERCICE 3

1) Mise en équation du problème :

Dans x semaines, le compteur de Maeva indiquera : 905 + 85x, et celui de Max : 55 + 90xLe kilométrage de Maeva étant alors le triple de celui de Max,

905 + 85x = 3(55 + 90x) dont la résolution donne

 $905 + 85 \times 4 = 1245$ $55 + 90 \times 4 = 415$

Dans 4 semaines, le scooter de Maeva aura 1245 km et celui de Max 415 km.

(On peut vérifier que l'on a bien $1245 = 3 \times 415$).

1,5 pt

2) 18: 4 = 4,5 sa consommation a été de 4,5 L aux 100 km.

 $4,5 \times 175 = 787,5$ cette consommation correspond à une dépense de 787,5 Francs pour 100 km. Le coût de la consommation aux 100 km est, après augmentation de 12%, de 787,5×1,12 = 882. En septembre 2011, Max avait dépensé $18 \times 175 = 3150$ Francs.

 $\frac{3150}{882} \times 100 \approx 357 \text{ km}$

1,5 pt

- 1	A .	В	C	Dise
1	Semaines	Km parcourus dans la semaine	Consommation hebdomadaire, en litre	U
2		0	0	
3	1	90	3,5	
4	2	125	5	
5	3	85	3,5	
6	4	120	5	
7	5	100	4	
8	6	125	5	
9	7	105	4,2	
10				
11	TOTAL	=somme(B3 :B9)		
12				
13			Consommation moyenne	=(C11/B11*100)

La syntaxe du tableur n'est pas exigible. Toute expression décrivant le calcul est acceptée a. = somme(B3 : B9) ou toute autre formule donnant la somme des 7 contenus des cellules de B3 (ou B2) à B9.

b. = C11 / B11*100

ou = (somme(C3 :C9) / B11*100) ou toute autre expression correcte.

0,5 pt